

Министерство науки и высшего образования Республики Казахстан  
НАО «Южно-Казахстанский университет им. М.Ауэзова»

УДК 51:37.091.33:[510.6+159.956](043.3)

На правах рукописи

**ПОПОВА ЮЛИЯ ИГОРЕВНА**

**Творческие учебные задания как средство развития логики и  
математической интуиции у учащихся**

8D01510 - Математика

Диссертация на соискание степени доктора философии (PhD)

Научный консультант:  
доктор PhD, доцент  
Абдуалиева М.А.

Зарубежный научный консультант:  
доктор педагогических наук,  
профессор  
Дробышева И.В.  
(Российская Федерация)

Республика Казахстан  
Шымкент, 2025

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>НОРМАТИВНЫЕ ССЫЛКИ</b>	3
<b>ОПРЕДЕЛЕНИЯ</b>	4
<b>СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ</b>	5
<b>ВВЕДЕНИЕ</b>	6
<b>1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНТУИЦИИ У УЧАЩИХСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ</b>	14
1.1 Психолого-педагогические аспекты проблемы развития логики и математической интуиции у учащихся	14
1.2 Дидактические условия развития логики и математической интуиции у учащихся 7-8 классов	39
1.3 Содержательно-структурные особенности развития логики и математической интуиции у учащихся на уроках математики	47
Выводы по первой главе	61
<b>2 МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНТУИЦИИ У УЧАЩИХСЯ</b>	63
2.1 Содержание и цели творческих учебных заданий по развитию логики и математической интуиции у учащихся	63
2.2 Методика развития логики и математической интуиции у учащихся	70
2.3 Результаты педагогического эксперимента	106
Выводы по второй главе	123
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b>	126
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ</b>	129
<b>ПРИЛОЖЕНИЯ</b>	145

## НОРМАТИВНЫЕ ССЫЛКИ

В настоящей диссертации использованы ссылки на следующие стандарты:

1 Закон «Об образовании» Республики Казахстан. (с изменениями и дополнениями по состоянию на 01.01.2024 г.)

[https://online.zakon.kz/Document/?doc\\_id=30118747](https://online.zakon.kz/Document/?doc_id=30118747)

2 Об утверждении национального проекта «Образованная нация. Качественное образование». Постановление Правительства Республики Казахстан от 22 сентября 2023 года № 828

<https://adilet.zan.kz/kaz/docs/P2300000828#z8>

3 «Об утверждении концепции развития дошкольного, среднего, технического и профессионального образования в Республике Казахстан на 2023-2029 годы» о внесении изменений и дополнений в постановление Правительства Республики Казахстан от 24- 28 марта 2023 г. Постановление Правительства Республики Казахстан от 13 июня 2024 года № 465.

<https://adilet.zan.kz/rus/docs/P23000000249>

4 Об утверждении Концепции развития высшего образования и науки в Республике Казахстан на 2023-2029 годы. Постановление Правительства Республики Казахстан от 28 марта 2023 года № 248.

<https://adilet.zan.kz/rus/docs/P23000000248>

5 Об утверждении Концепции развития науки Республики Казахстан на 2022 - 2026 годы. Постановление Правительства Республики Казахстан от 25 мая 2022 года № 336. <https://adilet.zan.kz/rus/docs/P22000000336/>

## ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В настоящей диссертации применяют следующие термины с соответствующими определениями

**Математическая интуиция** — способность интуитивно воспринимать и понимать математические концепции, связи и закономерности без явного логического рассуждения. Она позволяет учащимся быстро и неосознанно ориентироваться в математической области, принимать интуитивные решения и находить связи между математическими объектами.

**Логика** — формальная система правил и принципов рассуждения, используемая для корректного и последовательного вывода и анализа информации. Логика помогает учащимся структурировать мысли, рассуждать точно и следовать правилам рационального мышления при решении математических задач.

**Развитие** — процесс постепенного и прогрессивного роста, изменения и улучшения в определенной области. В контексте математического образования развитие относится к прогрессивному усвоению математических навыков, пониманию концепций и решению сложных математических задач.

**Система учебных заданий** — упорядоченный набор задач и упражнений, разработанных для обучения и развития учащихся в конкретной области знаний, в данном случае в математике. Система учебных заданий обычно включает разнообразные типы задач, постепенно усложняющиеся и предоставляющие возможность применения различных математических навыков.

**Математическая деятельность** — процесс активного взаимодействия учащегося с математическими объектами, задачами и концепциями. Она включает в себя исследование, анализ, решение задач, применение математических методов и обсуждение математических идей. Математическая деятельность способствует углубленному пониманию математических концепций и развитию навыков решения задач.

**Творческая деятельность** — процесс, в ходе которого учащиеся проявляют свободу мысли, оригинальность и новаторство в решении задач и создании математических конструкций. Творческая деятельность в математике включает поиск нестандартных решений, исследование новых подходов и создание оригинальных математических моделей. Она способствует развитию креативности, инновационности и глубокого понимания математических концепций.

**Творческие учебные задания** — это задания, которые требуют от учащихся применения креативного мышления, воображения и инновационного подхода к решению проблем. Такие задания направлены на развитие нестандартного мышления, навыков самовыражения и творческого потенциала. Они могут включать разнообразные активности, которые побуждают студентов выходить за рамки традиционного мышления и применять знания на практике.

## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ

IBM SPSS STATISTICS	– International Business Machines Statistical Package for the Social Sciences
ЭВМ	– электронно-вычислительная машина
ЭК	– экспериментальный класс
КК	– контрольный класс
СРЗ	– способность решать задачи
ЭРЗ	– эффективность решения задач
RME	– Realistic Mathematics Education
ЛМ	– логическое мышление
КМ	– критическое мышление
ИТ	– информационные технологии
ДО	– дистанционное обучение
РО	– результат обучения

## ВВЕДЕНИЕ

### **Актуальность исследования**

Согласно Закону Республики Казахстан "Об образовании" определены основные задачи системы образования. Одной из таких задач является подготовка учащихся к жизни в современном информационном обществе, в котором владение математическими навыками и умениями играет ключевую роль [1].

Также важной задачей является обеспечение качественного образования, включающего развитие не только знаний, но и умений, таких как аналитическое мышление, логическая стратегия и способность к принятию решений. Основная цель современной образовательной политики — обеспечить качественное образование, отвечающее потребностям личности, общества и государства, сохраняя при этом его фундаментальную основу [2-4].

Исследование по развитию логики и математической интуиции напрямую соответствует этим задачам, поскольку оно способствует формированию у учащихся необходимых навыков и компетенций в области математики, что в итоге может привести к улучшению результативности обучения в системе образования Казахстана.

К.К. Токаев, президент Республики Казахстан, подчеркивал, что образование играет ключевую роль в развитии общества и экономики, а также в формировании гражданского общества и культурной идентичности нации.

К.К. Токаев выделял необходимость современного образования, способного адаптироваться к вызовам времени и обеспечить конкурентоспособность выпускников на мировом рынке труда. Он акцентировал внимание на важности повышения качества образования, внедрения инновационных методик обучения и развития технологической базы в образовательных учреждениях.

Такие высказывания К. К. Токаева свидетельствуют о его стремлении к модернизации образовательной системы страны и улучшению ее качества, а также об осознании важности образования для будущего Казахстана [5].

Ведущие зарубежные и казахстанские педагоги и психологи внесли значительный вклад в развитие идей и подходов к развитию творческого мышления, творческих способностей и интуиции учащихся. Их исследования и методы используются в школах и образовательных учреждениях, чтобы поддерживать творческое развитие и саморазвитие учащихся. В решение проблем творческого развития и саморазвития личности внесли А.А.Кирсанов [6], В.И.Андреев [7], Д.Б.Богоявленская [8] Л.Н.Куликова [9]; творческого мышления – Д.В.Вилькеев [10], З.И.Калмыкова [11]; творческих способностей – Д.Б.Богоявленская [12], С.Ю.Залуцкая [13], В.А.Крутецкий [14], В.А.Моляко [15], Ф.Л.Ратнер [16], Д.Рахымбек [17]; развитие логики – Куанова С.Б. [18], Рахымбек Д. [19], Менликожаева С.К. [20], Столяр А.А. [21], Никольская И.Л. [22], Аблова А.Е. [23], Маланюк Е.П. [24], Удовенко Л.Н. [25],

Кондрашенкова Т.А. [26]; умственного развития – Кирилюк Л.В. [27] , Леонтьев А.Н. [28] , Зак А.З [29]; интуиции – Маликов Т.С. [30], Пуанкаре А. [31], Пойа Д. [32].

**В последние годы на страницах ряда научных изданий были опубликованы материалы по проблеме интуиции, с которыми выступили зарубежные авторы, такие как Д.И.Блохинцев [33], Д.Гартман [34], В.Ф, Асмус [35].**

В Казахстане психолого-педагогические аспекты логики и математической интуиции у учащихся рассмотрели такие ученые как Д. Рахымбек [36], Т.Маликов [37], Султанова Н. К. [38] Б.А, Тургынбаева [39] и другие.

В исследованиях нашли отражение проблемы развития логики и математической интуиции. Вместе с тем еще далеко не все вопросы получили должное освещение, но некоторые из них вообще выпали из поля зрения исследователей.

Математическая интуиция относится к способности понимать математические концепции и идеи, не обязательно следуя строгому логическому или алгоритмическому процессу. Этот тип понимания часто характеризуется чувством пространственного и визуального восприятия, а также сильным пониманием математических отношений и закономерностей.

Результаты зарубежных и отечественных исследований показывают, что использование интуитивного метода обучения в математике увеличивает способность учащихся к решению проблем. Это позволяет учащимся лучше понимать математические концепции и развивать гибкое мышление при решении задач. Также выяснилось, что использование интуитивного метода способствует увеличению интереса и мотивации учащихся к изучению математики [40].

Стремление к эффективному обучению подразумевает не только передачу знаний, но и развитие ученических навыков мышления и умения применять их в различных ситуациях. Логический подход, основанный на анализе и структурировании информации, способствует пониманию фундаментальных принципов, в то время как интуитивный подход, опирающийся на индивидуальные предпочтения и непосредственный опыт, помогает учащимся проявить креативность и инновационный подход к решению проблем. Нахождение баланса между этими подходами позволяет создать обучающую среду, способствующую всестороннему развитию учащихся и их успешной адаптации в быстро меняющемся мире.

Проблему исследования определяют **противоречия:**

- недостаточно изучены вопросы развития логики и математической интуиции у учащихся 7-8 классов;
- недостаточно разработаны системы учебных заданий и критерии их отбора, способствующие развитию логики и математической интуиции у учащихся;

- недостаточно разработана методика использования творческих учебных задач, развивающих логику и математическую интуицию у учащихся 7-8 классов.

Актуальность рассматриваемой темы, учет противоречий и недостаточная научная разработанность проблемы послужили основанием для определения темы диссертации – **«Творческие учебные задания как средство развития логики и математической интуиции у учащихся».**

**Цель исследования** – определение теоретических основ развития логики и математической интуиции, а также разработка методики их развития у учащихся 7–8 классов через систему творческих учебных заданий и экспериментальная проверка её эффективности.

**Объект исследования** - процесс обучения математике в 7-8 классах.

**Предмет исследования** – методика использования творческих учебных заданий и её влияние на развитие логики математической интуиции у учащихся 7-8 классов.

**Гипотеза исследования:** если определить дидактические условия развития логики и математической интуиции, на основе этих условий составить творческие учебные задания и разработать методику по их использованию на уроках математики, то это будет способствовать развитию логики и математической интуиции, а также повышению качества знаний учащихся.

Цель и гипотеза исследования определили **задачи исследования:**

1. Изучить анализ взглядов зарубежных и отечественных авторов по проблеме развития логики и математической интуиции у учащихся.
2. Определить дидактические условия развития логики и математической интуиции в математическом творчестве.
3. Разработать творческие учебные задания, позволяющих реализовать методику по развитию логики и математической интуиции у учащихся.
4. Экспериментально проверить эффективность методики развития логики и математической интуиции у учащихся на основе творческих учебных заданий и продемонстрировать ее результаты.

В законе Республики Казахстан "Об образовании" рассматриваются основные положения теории познания, включая соотношение исторического и логического, а также важные аспекты генезиса методики, взаимосвязь сущности и явления, и взаимодействие прямой и обратной связи.

Для реализации цели исследования и решения поставленных задач нами были определены следующие **методы исследования**, которые включают в себя:

- анализ психолого-педагогической, научно-методической литературы, нормативно-программной документации, Закона РК «Об образовании», государственных общеобразовательных стандартов, диссертационных работ по теме исследования, учебных пособий;



- обобщение педагогического опыта по проблеме исследования: педагогическое наблюдение за учебным процессом и учебной деятельностью учащихся, опрос, беседа;

- педагогический эксперимент по проверке эффективности основных положений исследования;

- статистические методы обработки результатов эксперимента с помощью программы IBM SPSS STATISTICS;

- обсуждение результатов исследования на методических семинарах научно-практических конференциях.

**База исследования:** Назарбаев интеллектуальная школа химико-биологического направления г.Шымкент и средняя школа №4 им. Х. Досмухамедова г. Шымкент.

**Основные этапы исследования:** исследование проводилось в 2020-2023 годах и включало в себя три этапа:

**2020-2021 гг.** осуществлялся констатирующий этап эксперимента, направленный на обоснование необходимости выявления средств развития логики и математической интуиции математической деятельности учащихся 7-8 классов. Для этого использовались различные методы исследования: анализ психолого-педагогической, методико-математической литературы, школьных программ, проводились беседы с учителями, учащимися, оценивались результаты учебной деятельности учащихся.

**2021-2022 гг.** Выводы констатирующего этапа эксперимента послужили основой для организации и проведения формирующего этапа эксперимента, основной целью которого являлось выявление дидактических условий и средств к развитию логики и математической интуиции математической деятельности учащихся, которые наиболее эффективно можно использовать в процессе обучения в школе.

**2022-2023гг.** В качестве методов исследования для контрольного этапа эксперимента были выбраны: анализ и синтез, абстрагирование и конкретизация, наблюдение, проведение анкетирования и опроса, беседы с учителями и учащимися, изучение результатов учебной деятельности учащихся. В них приняло участие 147 человек (7-8 классы). Этапы были направлены на оценку эффективности развития логики и математической интуиции у учащихся.

**Научная новизна исследования:**

1) Проанализированы взгляды зарубежных и отечественных авторов по проблеме развития логики и математической интуиции у учащихся;

2) Определены дидактические условия и выработаны методические рекомендации по организации учебной деятельности учащихся для развития логики и математической интуиции учащихся в учебном процессе.

3) Разработаны творческие учебные задания и методика их использования, направленные на развитие логики и математической интуиции у учащихся.

4) Экспериментально проверена и внедрена в учебный процесс методика использования творческих учебных заданий для развития логики и математической интуиции у учащихся в Назарбаев интеллектуальной школе химико-биологического направления г.Шымкент (акт внедрения №336 от 30.03.2023 (приложение Б) и в средней школе №4 им. Х. Досмухамедова г. Шымкент (акт внедрения №300 от 27.04.2023 (приложение В)).

**Теоретическая значимость исследования:**

1) Изучены психолого-педагогические аспекты развития логики и математической интуиции у учащихся.

2) Определено понятие логики и математической интуиции у учащихся и их роль в системе математических знаний, раскрыты дидактические условия логики и математической интуиции у учащихся 7-8 классов.

3) Определены содержательно-структурные особенности развития логики и математической интуиции у учащихся 7-8 классов.

**Практическая значимость исследования:**

1) Разработаны творческие учебные задания, которые могут применяться учителями в качестве средства по повышению результативности обучения на уроках математики в 7-8 классах.

2) Систематизированы и апробированы творческие учебные задания по развитию логики и математической интуиции у учащихся.

3) Создано электронное учебное пособие «Творческие учебные задания по развитию математической интуиции и логики у учащихся» для учителей математики (получено свидетельство о внесении сведений в государственный реестр прав на объекты, охраняемые авторским правом №34154 от 30.03.2023) (приложение А, Г).

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Дидактические условия, обеспечивающие эффективное формирование логического мышления и математической интуиции у учащихся.

2. Требования к системе творческих учебных заданий, обуславливающие развитие логики и математической интуиции у учащихся 7-8 классов.

3. Творческие учебные задания, и методика по развитию логики и математической интуиции у учащихся и результат педагогического эксперимента, доказывающего их эффективность.

**Достоверность исследования** обеспечивается многообразием, полнотой и объемом исследуемого теоретического и практического материала, оптимальным выбором методов исследования; опорой на результаты фундаментальных психолого-педагогических исследований; результатами педагогического эксперимента, а также массового использования рекомендаций в опыте работы школ.

**Апробация и внедрение результатов исследования** осуществлялись в форме выступлений на научных международных конференциях:

1) Логика и интуиция в математическом образовании// Теоретико-методологические аспекты преподавания математики в современных условиях: сборник материалов IV Международной научно–практической конференции, 4-5 мая 2021 г., г. Луганск / Под общ. Ред. С.В. Темниковой, О.В. Давыскибы; ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный педагогический университет». – Луганск: Книта, 2021. – 236 с.

2) Соотношения интуитивного и логического мышления в процессе обучения математике// Математика и проблемы образования: Материалы 41-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. – Киров: ВятГУ; ООО «Веси», 2022. 292 с.

3) Средства и методы обучения, способствующие развитию математической интуиции учащихся. Конкурсные работы аспирантов// математика образование культура (к 160-летию со дня рождения Давида Гильберта) X Международная научная конференция, 27-29 апреля 2022года, г.Тольятти.

4) Выступление на тему «Повышение результативности обучения через развитие логики и математической интуиции у учащихся» (диплом I степени, медаль «Жыл ұстазы» за лучшее выступление) на Международном научно-практическом, педагогическом семинаре «XVIII Global teaching DUBAI» на тему «Образование будущего: Инновационные технологии и Smart обучение» (9-13 мая 2023г, Дубай)

#### **В научных изданиях, состоящих в базе библиографических данных Scopus**

1) Improving the effectiveness of senior graders' education based on the development of mathematical intuition and logic: Kazakhstan's experience// *Frontiers in Education*. 7:986093. Doi: 10.3389/feduc.2022.986093 (**Scopus, процентиль – 62%**)

2) Factors propelling mathematics learning: insights from a quantitative empirical study//*International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE)* Vol. 13, No. 2, April 2024, pp. 1159~1172 ISSN: 2252-8822, DOI: 10.11591/ijere.v13i2.27322 (**Scopus, процентиль – 60%**)

#### **В отечественных или зарубежных научных изданиях, рекомендованных Комитетом по обеспечению качества в сфере науки и высшего образования Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан к публикации основных результатов научных исследований**

1) Попова Ю.И., Абдуалиева М.А. Развитие математической интуиции и логики у учащихся через решение задач // Ясауи университетінің хабаршысы. – 2022. – №4 (126). – Б. 225–234. <https://doi.org/10.47526/2022-4/2664-0686.19>

2) Ю. И. Попова, М. А. Абдуалиева. Формирование математической интуиции и логики у учащихся как средство повышения результативности

**Структура диссертации:** Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, списка используемой литературы и приложений.

Во **введении** обосновывается необходимость развития логики и математической интуиции у учащихся через применение творческих учебных заданий. Определены цель, задачи, объект исследования, методологические и теоретические основы, а также гипотезы исследования. Сформулированы научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, этапы и методы исследования, принципы, выносимые на защиту, а также приведены данные об экспериментальной работе и внедрении результатов исследования.

В первой главе **«Теоретические основы развития логики и математической интуиции у учащихся на уроках математики»** исследуются психолого-педагогические аспекты формирования логического мышления и интуитивного понимания математических понятий, а также анализируются условия, способствующие эффективному развитию этих навыков. Особое внимание уделено дидактическим условиям, необходимым для создания среды, которая стимулирует логическое и интуитивное мышление у школьников, включая методы, средства и формы организации учебной деятельности. Также рассматриваются содержательно-структурные особенности учебного материала и педагогические подходы, которые могут эффективно способствовать развитию логики и математической интуиции на уроках математики.

Во второй главе **«Методические основы развития логики и математической интуиции у учащихся»** рассматриваются содержание и цели творческих учебных заданий, направленных на стимулирование логического мышления и интуитивного понимания математических понятий, а также обосновывается их значимость в образовательном процессе. Особое внимание уделяется методике формирования этих навыков, включая последовательность шагов и методические приемы, которые позволяют ученикам более эффективно осваивать материал и развивать свои аналитические способности. Кроме того, в главе приводятся результаты педагогического эксперимента, демонстрирующие успешность предложенных методических подходов и подтверждающие их эффективность.

В **заключении** представлены выводы, сделанные в ходе исследования, даны методические рекомендации по результатам диссертационной работы, а также указаны направления для дальнейших исследований по рассматриваемой теме.

В **список использованной литературы** включены философские, психологические, педагогические, методические и специальные источники, рассмотренные в процессе исследования.

**В приложении** представлены акты внедрения результатов в учебный процесс, свидетельство о получении авторского права на электронное учебное пособие.

# **1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНТУИЦИИ У УЧАЩИХСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ**

## **1.1 Психолого-педагогические аспекты проблемы развития логики и математической интуиции у учащихся**

Одной из самых трудных для понимания учащимися дисциплин школьной программы является математика. Значение математики в развитии личности очень велико. Изучая математику, школьники получают интеллектуальное развитие, эстетическое воспитание, кроме того, знакомятся с историей культуры человеческого общества на примере истории математики.

Математика сложна своей строгой логической структурой, где каждый факт и вывод строго определяются аксиомами и доказанными теоремами. Она представляет собой систему знаний, где каждое утверждение вытекает из логических законов, принятых начальных положений и предыдущих доказательств. В этой науке каждый шаг ведет к следующему, и каждое решение задачи является четким следствием предшествующих рассуждений и аксиоматических принципов.

Основные свойства интеллекта, формируемые при изучении математики: логическое мышление, пространственное воображение, математическая интуиция, владение символическим языком математики.

Интуиция — это способность человека импульсивно понимать, правильны его действия или нет, это внутреннее чувство. С другой стороны, логика зависит от наличия точной информации, которая используется для понимания явлений [41]. Логика и математическая интуиция являются двумя важными компонентами на общей фазе обучения, поскольку они приводят к творчеству в процессе обучения, что, следовательно, повышает интерес учащихся к изучению предмета [42].

Логическое мышление выделяется своей способностью строить выводы, которые гармонично соотносятся с реальным миром. Оно позволяет анализировать явления, точно определять причины и следствия без допущения ошибок. Через логическое мышление раскрываются взаимосвязи и зависимости между понятиями, что помогает развивать критическое мышление и принятие обоснованных решений [43].

В различных научных изданиях были представлены материалы, посвященные логике, отражающие работы ведущих ученых и педагогов как зарубежных, так и казахстанских. Их исследования и практический опыт оказали существенное влияние на методы и подходы к развитию логического мышления у учащихся, способствуя их умственному развитию и формированию критического мышления.

Таблица 1 - Изучение анализа взглядов зарубежных и отечественных авторов по развитию логики

Авторы	Взгляды зарубежных и отечественных авторов по развитию логики
1	2
К.М. Мухамбеталиева	развитие логического мышления направлено на способность мыслить просто, выявлять логические последовательности, избегать путаницы между фактами и их противоположностями, а также точно понимать суть ситуации [44].
П.П. Блонский	для мышления важно обладать знаниями [45].
Д. Рахымбек	какие мыслительные операции и методы являются частью умственной деятельности и научного познания, еще не получил однозначного ответа. Он классифицировал такие операции, как анализ, абстрагирование, обобщение, сравнение и другие, как методы умственной деятельности, а также как методы научного познания и логические приемы [46].
М. Байшуакова	знания и организация умственной деятельности учащихся, включая логические знания, могут быть получены различными способами. Проблема заключается в том, как обеспечить формальный эффект обучения и анализировать логические знания, такие как выполнение правил сравнения, обобщения, классификации и осмысления [47].
А.А.Люблинская	ученик усваивает знания на своем уровне, понимает полученные понятия и анализирует их. Он делает обобщения и группирует основные и важные аспекты, выделяя их из множества подробностей. Ученик способен усваивать знания в различных условиях, используя различные приемы и правила [48].
Л.С.Выготский	Он выделял две основные логические формы мышления: аналитическую и синтетическую деятельность ума. Аналитическая деятельность разлагает воспринимаемый мир на отдельные элементы, в то время как синтетическая деятельность строит новые образования из этих элементов, помогая лучше разобраться в окружающем [49].

Продолжение таблицы 1

1	2
В.Кириллов	мышление подчиняется законам и формам логики. Многие люди мыслят логически, но не знают, что их мышление основано на законах и формах логики [50].
В. А.Крутецкий	развитие мыслительных способностей учащихся зависит от двух категорий: накопления знаний и овладения мыслительными операциями, необходимыми для обучения [51].
В. Ф.Паламарчук	успешное формирование обучаемости учащихся требует учета трех компонентов образования: содержательного, практического и мотивационного. Содержательная часть образования определяется системой понятий, правил и законов, а практическая включает в себя умение анализировать и обобщать данные, а также выражать свои мысли и мнения. Мотивационный аспект обучения заключается в объяснении учащимся цели и смысла учебного процесса, а также в стимулировании их интереса к учению [52].
И.С.Якиманская	знания о способах приобретения знаний и организации мыслительной деятельности учащихся проявляются через логические и психологические аспекты [53].

По мнению К.М. Мухамбеталиева, развитие логического мышления направлено на способность мыслить просто, выявлять логические последовательности, избегать путаницы между фактами и их противоположностями, а также точно понимать суть ситуации [44, с. 53].

П.П. Блонский подмечал, что человек, который имеет больше опыта, обычно задумывается глубже. Он также подчеркивал, что для мышления важно обладать знаниями [45, с. 64]

Д. Рахымбек отмечал, что вопрос о том, какие мыслительные операции и методы являются частью умственной деятельности и научного познания, еще не получил однозначного ответа. Он классифицировал такие операции, как анализ, абстрагирование, обобщение, сравнение и другие, как методы умственной деятельности, а также как методы научного познания и логические приемы [46, с. 102].

По мнению М.Байшуаковой, знания и организация умственной деятельности учащихся, включая логические знания, могут быть получены различными способами. Проблема заключается в том, как обеспечить



формальный эффект обучения и анализировать логические знания, такие как выполнение правил сравнения, обобщения, классификации и осмысления М. Байшуакова считает, что необходимо отнести знания к различным областям и методам, чтобы достичь оптимального уровня образования [47, с.88].

А.А. Люблинская отмечает, что ученик усваивает знания на своем уровне, понимает полученные понятия и анализирует их. Он делает обобщения и группирует основные и важные аспекты, выделяя их из множества подробностей. Ученик способен усваивать знания в различных условиях, используя различные приемы и правила. При достижении определенного уровня понимания, ранее усвоенные знания могут быть использованы в новых ситуациях и гармонично сочетаться с другими знаниями [48, с.35]

Л.С. Выготский считал, что для полноценного понимания мышления необходимо определить его структуру. Он выделял две основные логические формы мышления: аналитическую и синтетическую деятельность ума. Аналитическая деятельность разлагает воспринимаемый мир на отдельные элементы, в то время как синтетическая деятельность строит новые образования из этих элементов, помогая лучше разобраться в окружающем [49, с. 123].

В. Кириллов отмечает, что мышление подчиняется законам и формам логики. Многие люди мыслят логически, но не знают, что их мышление основано на законах и формах логики [50, с. 54].

В.А.Крутецкий подчеркивает, что развитие мыслительных способностей учащихся зависит от двух категорий: накопления знаний и овладения мыслительными операциями, необходимыми для обучения [51, с. 156].

Следовательно, развитие интеллекта учащихся сильно зависит от содержания учебного материала и системы научных знаний, которые они получают. Без определенной базы знаний учащиеся могут испытывать затруднения с мышлением. Например, для понимания понятия биссектрисы треугольника учащимся необходимо предварительно освоить концепции треугольника и биссектрисы. Однако даже при наличии достаточной базы знаний некоторые учащиеся могут испытывать трудности в творческом мышлении и применении знаний в новых ситуациях.

Решение проблемы обеспечения учащегося достаточными знаниями и развития его самостоятельного мышления невозможно без учета его внутренней мотивации, интереса и стремления узнать новое. По мнению В. Ф. Паламарчук, успешное формирование обучаемости учащихся требует учета трех компонентов образования: содержательного, практического и мотивационного. Содержательная часть образования определяется системой понятий, правил и законов, а практическая включает в себя умение анализировать и обобщать данные, а также выражать свои мысли и мнения. Мотивационный аспект обучения заключается в объяснении учащимся цели и

смысла учебного процесса, а также в стимулировании их интереса к учению [52, с.68].

Три компонента мыслительного процесса взаимосвязаны и являются основой образования, прочно закладывая основы знаний. Педагогическая наука подтверждает, что для развития мыслительных способностей учащихся необходимо достичь определенного уровня мыслительной деятельности, включая умение определять концепции, выделять важное, проводить сравнения, обобщать и систематизировать, разьяснять и доказывать. Эта классификация является целью образования и способствует решению многих образовательных задач. В учебном процессе особое внимание уделяется развитию логического мышления учащихся, что становится особенно важным при формировании способности к выносу суждений и рассуждений [53, с.98].

Школьные программы не только требуют от учащихся усвоения основных знаний, но и ставят перед ними задачу развития логического мышления. Логическое мышление учащихся включает анализ, синтез, сравнение, обобщение и другие операции, необходимые для формирования мыслительных навыков. Современные научные дисциплины, такие как психология и дидактика, предоставляют методы и инструменты для целенаправленного развития мыслительной деятельности учащихся. Однако в школьной практике часто недостает внимания к тому, каким образом учащиеся приобретают знания и как организуется их мыслительная деятельность, что может привести к недооценке результатов умственной работы учащихся [54].

Согласно И.С. Якиманской, знания о способах приобретения знаний и организации мыслительной деятельности учащихся проявляются через логические и психологические аспекты. Логические знания, такие как анализ, сравнение, обобщение, классификация, обеспечивают формальный эффект обучения (рис 1). Психологические знания, включая получение, хранение, представление информации, позволяют рационально организовывать учебные процессы. Эти знания не только дают информацию об управлении мыслительной деятельностью, но и служат методами обучения [55].

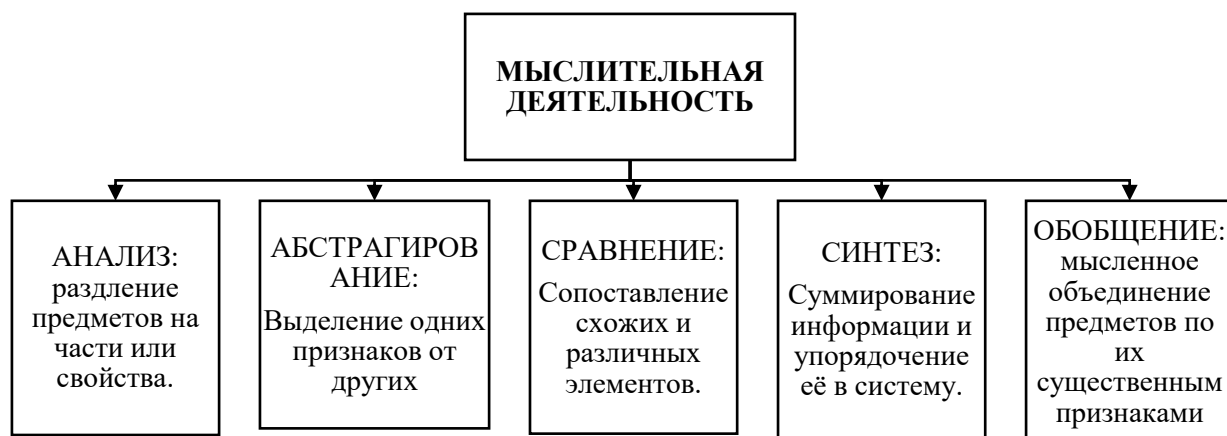


Рисунок 1 - Мыслительная деятельность

Изучение мыслительной деятельности учащихся показывает, что для успешного выполнения учебных задач им необходимо знать, какие операции нужно провести и какой порядок их выполнения. Этими знаниями должен обладать учитель, который способен анализировать способы эффективного решения задач и разрабатывать стратегии достижения целей. Этот анализ помогает раскрыть способы решения задач и освоить мыслительные навыки. Для полноценного развития мышления необходимо определить минимальные логические знания и умения, которые называются «логической грамотностью», без которых развитие логического мышления будет неполным [56].

Развитие интуитивного и логического мышления на уроках математики помогает сформировать у учеников приемы мыслительной деятельности. Очень важно, чтобы учащиеся познавали эвристические навыки, а не только алгоритмы выполнения заданий, учили зафиксированные правила и формулы. Именно эвристические приемы помогают решать творческие задачи, искать новые логические доказательства. Чтобы достичь успехов в развитии интуиции и логического мышления у учащихся, необходимо управлять их мыслительной деятельностью и развивать умственное познание, развивать практические навыки мыслительной деятельности. Каждодневное развитие интуиции и логики должно быть произведено на уроках, когда каждый учащийся будет вовлечен в процесс решения стандартных упражнений, но и развивающих задач. Педагог должен направлять учеников в этапах их развития, то есть учить их правильности решения упражнений и задач, их анализу, строить и рисовать чертежи и прочее. В процессе данных уроков учащиеся воспитываются и обучаются поисковым методам, вовлечение именно в процесс достижения результата, то есть освоения логических способов его достижения [57].

Во время обучения решению математической задачи, логические упражнения занимают центральное место. Они помогают усваивать теоретические данные, логически мыслить, включать интуицию и мышление. Представим вам примерную схему решения задач с точки зрения аналитического и синтетического метода решений (рисунок 2, 3) [58].

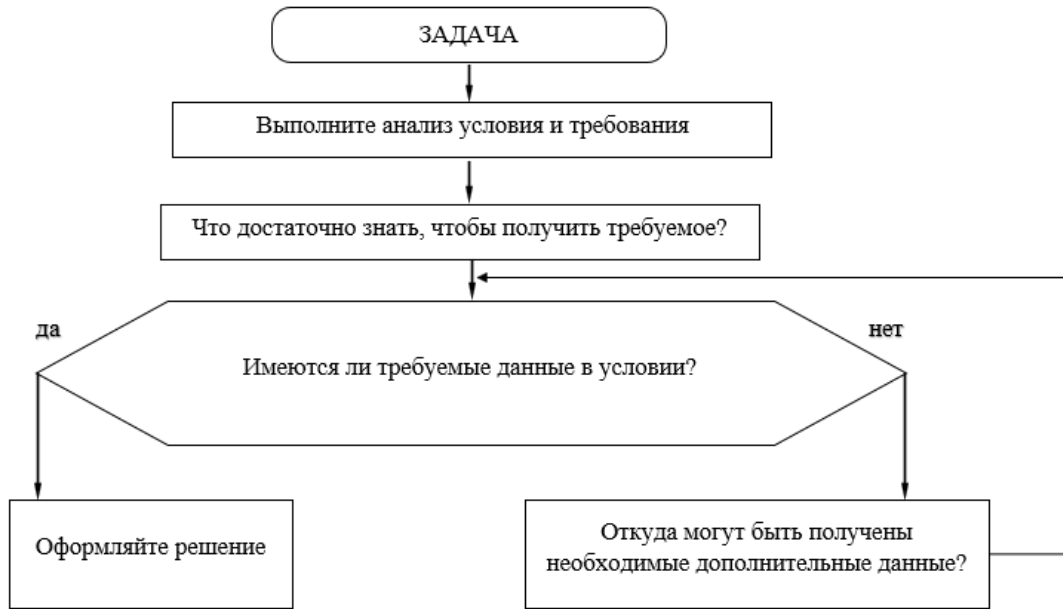


Рисунок 2 - Схема решения задач с помощью интуитивных и мыслительных процессов аналитического метода решений

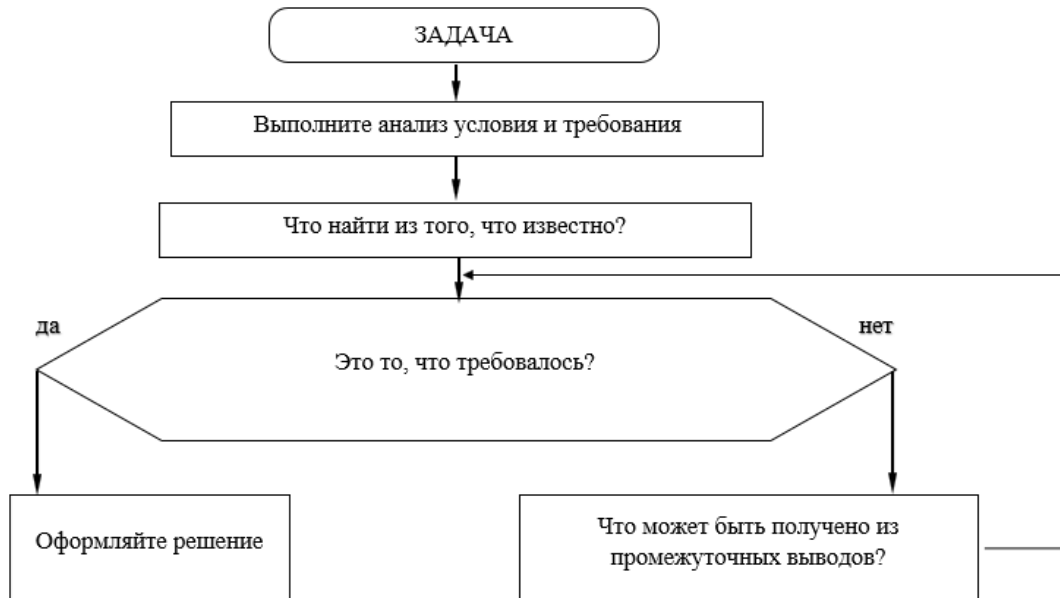


Рисунок 3 - Схема решения задач с помощью интуитивных и мыслительных процессов синтетического метода решений

Таким образом, систематическое применение различных нестандартных задач, различающихся по уровню сложности, способствует формированию интуитивного и логического познания у школьников. Такие задачи решаются путем проб и ошибок и развивают у учащихся навыки смекалки и сообразительности. Математическое образование ставит перед собой важнейшую цель обучения учащихся мыслительным приемам, навыкам воображения и внимания, умению логически рассуждать, навыкам интуитивного познания до решения задач, алгоритмического и неалгоритмического решения задач [59].

Очень важно научиться анализу, умению отличать факт и гипотезу, а самое главное логическому выражению собственных мыслей, развитию воображения и интуиции. Добиться успехов в изучении математики можно лишь собственным трудом педагога и ученика. Важна именно умственная деятельность. Организация мыслительной работы учащихся на уроках и внеурочных занятиях воспитывает в них навыки интуиции, логики, мышления, внимания, творческого отношения к поставленным задачам, возможности четко мыслить и уметь исправлять собственные ошибки. Если ученик не имеет навыков вычисления, ему будет трудно заниматься математикой. Поэтому в первую очередь мы прорабатываем данный фактор и затем приступаем к формированию остальных навыков. Пути развития интуиции и логики на уроках математики направлены на решение задач различной сложности. Они позволят ученикам раскрыть свой потенциал и понять, чем они действительно хотят заниматься. В первую очередь, необходимо правильно усвоить теоретический материал, уметь вычленять необходимые аспекты из основного текста, знать правила и техники вычислений, уметь работать с цифрами, контролировать и исправлять собственные ошибки. Все это позволит со временем развить навыки интуитивного и логического мышления учеников [60].

Изучив литературу по проблеме развития логики, мы пришли к выводу, что логика – формальная система правил и принципов рассуждения, используемая для корректного и последовательного вывода и анализа информации. Логика помогает учащимся структурировать мысли, рассуждать точно и следовать правилам рационального мышления при решении математических задач.

Также, в ряде научных изданий были опубликованы материалы по проблеме интуиции. Ведущие зарубежные и казахстанские педагоги и психологи внесли значительный вклад в развитие идей и подходов к развитию математической интуиции учащихся.

Таблица 2 - Изучение анализа взглядов зарубежных и отечественных авторов по развитию математической интуиции

Авторы	Взгляды зарубежных и отечественных авторов по развитию математической интуиции
1	2
Р. Декарт	Интуиция представляет собой прямое, непосредственное восприятие истины, в отличие от опосредованного, рационального познания. Знание, полученное через интуицию, является простым, ясным и очевидным [61].
Я.А. Пономарёв	Интуиция имеет место, потому что мы воспринимаем не только осознанный продукт отражения, но и неосознаваемый продукт. Интуиция представляет собой проявление в сознании элементов субъективной реальности, которые ранее не были осознаны [62].
П.С. Александров	Математическая интуиция – это не что иное, как способность увидеть уже известные вещи в новом, необычном свете и обнаружить в них некое новое содержание, которое является скрытым для обычного, традиционного видения [63].
С.О. Грузенберг	Интуицию можно понимать по-разному, но общими чертами для всех этих пониманий являются неосознанное предвосхищение логических выводов, догадка и уверенность в правильности гипотез, которые еще не были проверены опытным путем [64].
А.С. Кармин Е.П. Хайкин	Интуиция как особый вид познавательного процесса, который заключается в том, что чувственные образы и абстрактные понятия взаимодействуют между собой и приводят к созданию совершенно новых образов и понятий. Эти новые понятия и образы не могут быть получены путем простого объединения предшествующих восприятий или только логического оперирования уже существующими понятиями [65].
А.А. Налчаджян	Подчеркивает важную роль интуиции в контексте взаимосвязи с эмоциями и интеллектом. Его концепция представляет интуицию как комплексный процесс, в котором эмоции и интеллект тесно взаимодействуют. Взгляд на интуицию как на "эмоциональную интеллектуальность" или "интеллектуальную эмоциональность" подчеркивает, что она выходит за рамки простой интеллектуальной деятельности и включает в себя эмоциональный аспект [66].

Продолжение таблицы 2

1	2
В.Д.Бирюкова	Интуиция не возникает из ниоткуда, она строится на основе предшествующего опыта, знаний и практики. Этот аспект подчеркивает, что интуиция не является случайным проявлением, а связана с нашей подготовкой и накопленными знаниями; описывается как качественный скачок в познавательном процессе [67].
А.Н.Лук	Понимает интуицию как подсознательную обработку информации [68].
Луи де Бройль	Великие научные достижения и прогресс мысли возможны благодаря индукции, которая основана на воображении и интуиции. Научная интуиция проявляется нечувственным и нелогическим способом, и она может возникнуть внезапно и быть очевидной для ученого [69].
Георг Кантор	Математическая интуиция является ключевым компонентом творческого математического процесса. описывал два вида математической интуиции: первый — это способность ощущать определенные соотношения и свойства, которые могут быть использованы для создания новых математических объектов; второй — это способность понимать математические истины, которые не могут быть доказаны формальными методами [70].
Э.Соса (Sosa)	Подчеркивает важность интуиции в философии, но призывает к более осознанному и критическому ее использованию, основанному на научных методах и экспериментах [71].
Пьер-Симон Лаплас	Считал, что открытия и новые идеи происходят при связывании изолированных идей, которые на первый взгляд кажутся несвязанными. Этот процесс связывания и ассоциаций может происходить на бессознательном уровне и внезапно приводить к новым интуитивным прозрениям [72].
Л. Н.Колмогоров	Интуиция является важным инструментом, который следует уметь использовать. Интуитивные озарения, прозрения и догадки, приводящие к научным открытиям, не случайны и не необъяснимы; они являются результатом работы разума, опирающегося на накопленные знания [73].
Ж.Адамар	Интуиция является движущей силой творческого процесса. Она позволяет сформулировать свернутые рассуждения, которые затем необходимо развернуть и обосновать с помощью логики [74].

Продолжение таблицы 2

Ж.Дьедонне	Математические интуиции не являются постоянными и постоянно развиваются благодаря новым идеям и вкладам в науку. Прогресс в абстракции тесно связан с прогрессом в интуиции, так как более абстрактные концепции обычно обогащены большим количеством интуитивного понимания [75].
М.Клайн	Процесс математических открытий всегда основывается на интуиции, хотя логика помогает увидеть общий путь, который ведет к искомой цели [76].
Рикардо Пенья	Интуиция является интеллектуальной способностью, которая позволяет нам видеть неявные связи между объектами и идеями [77].
Т.С.Маликов	Интуитивная активность учащихся имеет значительное влияние на окончательное формирование представлений о математических понятиях. Именно интуитивные представления остаются в памяти учащихся и влияют на их математическое развитие и способность к применению математики на практике [78].

Рене Декарт является создателем учения об интуиции. Он утверждал, что некоторые истины могут быть открыты не только через логические рассуждения, но и благодаря непосредственному интеллектуальному видению. Р. Декарт отнес основные аксиомы математики к этим истинам. Интуиция для Р. Декарта представляет собой прямое, непосредственное восприятие истины, в отличие от опосредованного, рационального познания. Знание, полученное через интуицию, является простым, ясным и очевидным [61, с. 129].

Проблема развития интуиции является важной темой исследований в области психологии и педагогики. Важные аспекты, связанные с развитием интуиции, по нашему мнению, включают:

1. Необходимость поддержания баланса между логическим мышлением и интуитивными процессами.
2. Влияние эмоционального состояния на развитие интуиции.
3. Значимость использования различных образовательных методов, способствующих развитию интуитивных навыков.
4. Важность накопленного опыта и знаний для формирования интуиции.
5. Трудности, связанные с измерением и оценкой уровня развития интуитивных способностей [79].

По мнению Р.С. Немова, основные психические процессы, такие как восприятие, внимание, воображение, память, мышление и речь, играют



важную роль в жизни человека. Они развиваются в ходе его деятельности и представляют собой специфические формы человеческой активности [80].

Интуиция – это процесс, который может эффективно использоваться в математической деятельности. Определение интуиции может включать следующие аспекты: по мнению В.П. Зинченко – это дологический аппарат [81]; по мнению В.Ф. Асмуса – это нелогическая форма мышления [82]; по мнению А.Н. Лука – это непосредственное знание, которое еще не доказано или не может быть доказано; это средство порождения гипотез [83]; по мнению Л.Л. Гуровой – это когнитивный процесс, который включается при решении сложных задач, не имеющих однозначного решения, и требует значительной предварительной подготовки; также это особое свойство умственного потенциала, позволяющее человеку успешно справляться с такого рода задачами [84].

Исследование интуиции представляет собой сложный и увлекательный аспект психологических и когнитивных исследований. Интуиция часто связывается с быстрыми и непосредственными решениями, которые кажутся возникающими из неясных источников. Несмотря на сложность этого явления, многие исследования стремятся разгадать природу интуиции, её механизмы и влияние на наше поведение и принятие решений.

Анализ научных и методических работ позволяет нам раскрыть нижеследующие ключевые аспекты в рамках исследования интуиции:

1. Одной из ключевых задач в изучении интуиции является понимание того, как она формируется. Интуитивные решения могут казаться мгновенными, но за ними могут скрываться глубокие психологические и когнитивные процессы, такие как обработка информации подсознательным уровнем.

2. Исследования также могут сосредотачиваться на том, как наш опыт и знания влияют на интуитивные решения. Интуиция может быть результатом того, как наш ум подводит нас к верному решению на основе накопленного опыта.

3. Интуиция может быть связана с эмоциональными реакциями и интуитивные решения могут быть влиянием эмоционального состояния. Исследования пытаются выяснить, какие эмоции могут усиливать или ослаблять интуитивные наклонности.

4. Отдельные исследования могут сосредотачиваться на развитии интуиции, особенно в области образования. Каким образом можно развивать способность быстро находить верное решение? Каким образом обучение и практика могут влиять на интуитивные способности?

5. Как интуиция влияет на наши решения в различных ситуациях? Может ли интуиция быть эффективным инструментом принятия решений в сложных условиях, когда отсутствует достаточно времени для анализа? [85]

Математическая деятельность включает исследование, анализ, решение задач и обсуждение математических идей. Интуитивные компоненты играют важную роль в понимании и решении математических задач. Владение этими

компонентами позволяет учащимся успешно оперировать математическими концепциями и принимать обоснованные решения (рисунок 4).

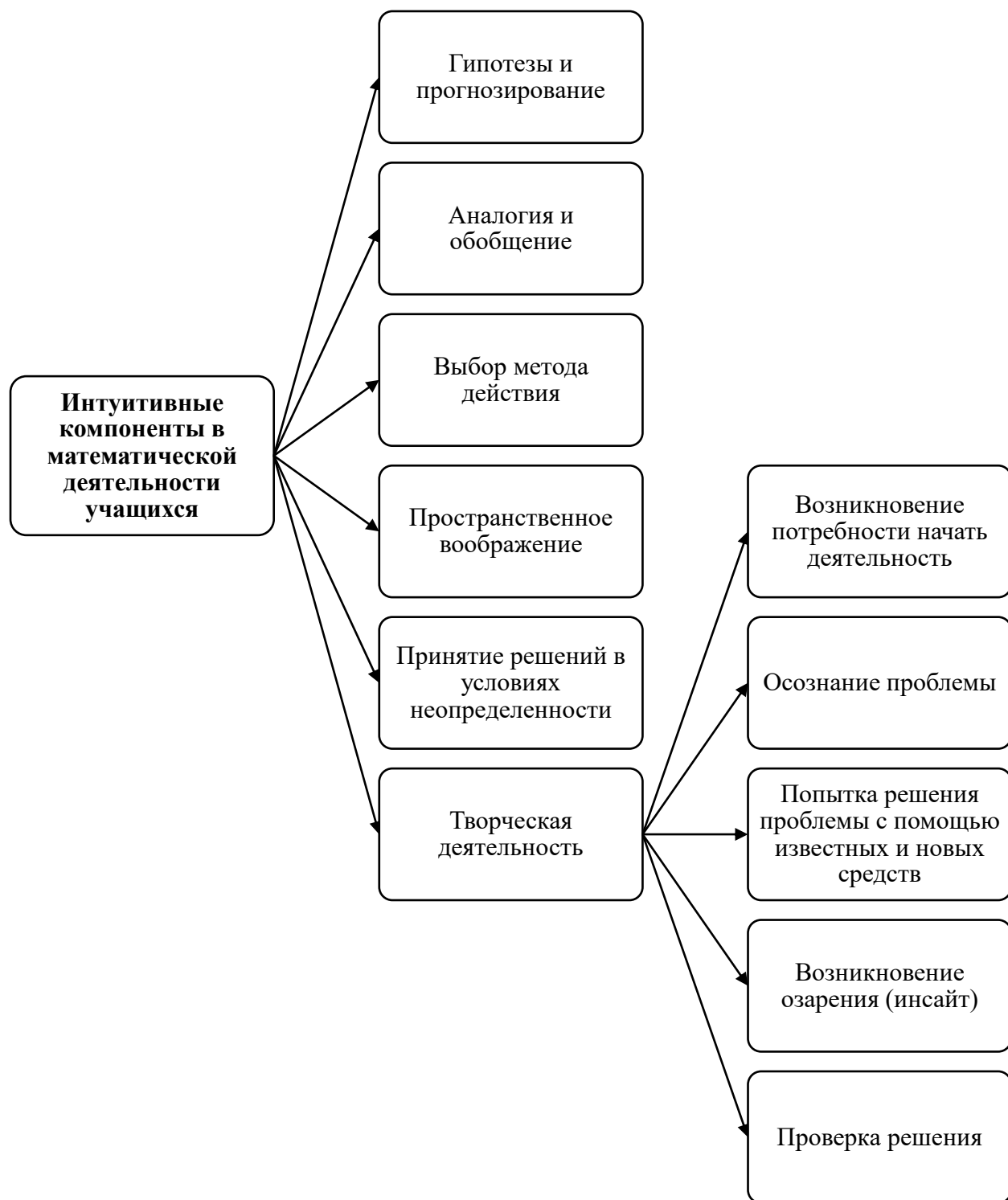


Рисунок 4 - Интуитивные компоненты в математической деятельности учащихся

Анализируя научные и методические работы, мы пришли к выводу, что интуитивными компонентами в математической деятельности являются:

1. Гипотезы и прогнозирование:

Интуитивные способности позволяют учащимся выдвигать гипотезы о возможных решениях задач, а также предсказывать, какие шаги могут привести к правильному результату. Умение интуитивно предполагать, какие подходы могут быть эффективными, помогает учащимся ориентироваться в сложных задачах и выбирать наилучшие пути действия.

2. Аналогия и обобщение:

Использование рассуждений по аналогии позволяет учащимся применять решения из ранее изученных ситуаций к новым задачам. Они могут узнавать аналогичные шаблоны и структуры в разных задачах и применять успешные методы к новым контекстам. Обобщение результатов для частных случаев на всё множество объектов определенного класса позволяет строить более общие и глубокие математические концепции.

3. Выбор метода действия:

Интуиция помогает учащимся выбирать наиболее подходящий метод или подход для решения конкретной задачи. Она может подсказывать, когда следует использовать алгоритмический подход, а когда — аналитический или графический.

4. Пространственное воображение:

Пространственное воображение является важной интуитивной способностью в геометрии и анализе данных. Умение представить геометрические формы, перспективу, пространственные отношения и трехмерные структуры позволяет учащимся лучше понимать геометрические задачи и моделировать сложные сценарии.

5. Принятие решений в условиях неопределенности:

Интуитивные компоненты в математической деятельности дополняют аналитические и логические аспекты, позволяя учащимся более полно и глубоко понимать математические концепции и применять их в разнообразных ситуациях [86].

Существует различие между двумя типами мышления, и мы считаем, что творческое мышление проявляется, когда человек осознаёт, что стандартные логические методы решения задач не приносят желаемого результата, и понимает необходимость поиска новых подходов для обретения новых знаний. Таким образом, творческое мышление представляет собой процесс формирования новых связей, личностных черт и интеллектуальных способностей, который характеризуется динамикой [87].

Творческая деятельность – процесс, в ходе которого учащиеся проявляют свободу мысли, оригинальность и новаторство в решении задач и создании математических конструкций. Творческая деятельность в математике включает поиск нестандартных решений, исследование новых подходов и создание оригинальных математических моделей. Она способствует развитию

креативности, инновационности и глубокого понимания математических концепций [88].

Процесс творческой деятельности включает в себя следующие этапы:

1. Появление желания приступить к активности.

2. Понимание существующей проблемы.

3. Попытки нахождения решения с использованием известных и новых методов.

4. Момент внезапного осознания правильного пути (инсайт).

5. Проверка и оценка эффективности найденного решения.

Если у учащихся развиты творческие аспекты в математике, то они способны генерировать новые идеи, например, находить новые функции для уже известных объектов путем комбинирования знакомых методов действия и выявления новых проблем. Они также могут изменять свои подходы к решению задач, переключаясь на альтернативные методы в случае неэффективности текущих. У них есть навык сравнивать свойства объектов с уже изученным материалом для выявления новых характеристик и переносить свойства одного объекта на другой [89].

Я.А. Пономарев в своих исследованиях феномена интуиции склонен смотреть на него с психологической точки зрения. Согласно его взглядам, интуиция имеет место, потому что мы воспринимаем не только осознанный продукт отражения, но и неосознаваемый продукт. Интуиция представляет собой проявление в сознании элементов субъективной реальности, которые ранее не были осознаны [62, с.144].

Человеческий интеллект имеет свои ограничения как внизу, так и вверху: на низшем уровне располагается интуитивное мышление, а на высшем - логическое. Творческий процесс характеризуется переходом между этими уровнями: потребность в новом знании возникает на более высоком уровне, в то время как средства для ее удовлетворения находятся на более низком уровне. Для достижения творческого результата необходимо обращаться к интуиции, а не только к логическому рассуждению. Процесс творчества включает в себя логический анализ проблемы, интуитивное решение, его вербализацию, формализацию и окончательное оформление [90].

Вывод, который становится основополагающим для исследования, заключается в том, что развитие интуитивных аспектов в математической деятельности учащихся невозможно без учета логических элементов обучения математике. Это обусловлено структурой и содержанием школьной программы по математике. Для эффективного взаимодействия интуитивных и логических аспектов математической деятельности необходима активная творческая работа учащихся. Степень проявления интуитивных и творческих аспектов зависит от изучаемого материала, организации учебного процесса и способностей учеников, что существенно влияет на развитие данных компонентов учащихся [91].

П. С. Александров, известный постсоветский математик и логик, много работал над развитием понятия математической интуиции. Он утверждал, что

математическая интуиция является неотъемлемой частью математического творчества и играет важную роль в процессе формирования новых математических теорий.

Он также отмечал, что развитие математической интуиции происходит через накопление опыта и практики, при этом подчеркивая, что она не противоречит формальной структуре математики. Он утверждал, что интуитивные построения и доказательства играют важную роль в продвижении вперед, но в итоге должны быть обоснованы и формализованы [63, с.101].

В творческом процессе, интуиция, подсознание и неосознанные импульсы играют важную роль в том, как мы решаем проблемы и приходим к новым идеям. Эти явления не всегда могут быть легко объяснены, но они являются реальными и необходимыми компонентами творческого процесса. С.О. Грузенберг указывает, что интуицию можно понимать по-разному, но общими чертами для всех этих пониманий являются неосознанное предвосхищение логических выводов, догадка и уверенность в правильности гипотез, которые еще не были проверены опытным путем. Интуиция в научной философии и психологии не рассматривается как отдельный процесс, оторванный от мышления и разума человека, но она также не полностью отождествляется с проявлением подсознательных импульсов. Интуиция представляет собой особый тип мышления, при котором моменты и этапы мышления протекают мгновенно и неосознанно, а результат – истина определяется ясно и определенно. Интуиция не является сверхразумным процессом, и она понимается как понятие ясного и внимательного ума. Некоторые психологи склонны отождествлять интуицию с проявлением подсознательного, особенно когда речь идет о творчестве великих людей. Они предполагают, что гении способны включать мир подсознательного в свою активную деятельность, что вносит вклад в их творческие достижения [64, с.57].

А.С. Кармин и Е.П. Хайкин в своей работе «Творческая интуиция в науке» определяют интуицию как особый вид познавательного процесса, который заключается в том, что чувственные образы и абстрактные понятия взаимодействуют между собой и приводят к созданию совершенно новых образов и понятий. Эти новые понятия и образы не могут быть получены путем простого объединения предшествующих восприятий или только логического оперирования уже существующими понятиями [65, с.131].

Исследования А.А. Налчаджяна подчеркивают важную роль интуиции в контексте взаимосвязи с эмоциями и интеллектом. Его концепция представляет интуицию как комплексный процесс, в котором эмоции и интеллект тесно взаимодействуют. Взгляд на интуицию как на "эмоциональную интеллектуальность" или "интеллектуальную эмоциональность" подчеркивает, что она выходит за рамки простой интеллектуальной деятельности и включает в себя эмоциональный аспект [66, с.137].

Анализ учебно-методической и научной литературы показывает, что интуиция включает в себя следующие аспекты (рисунок 5):



Рисунок 5 - Аспекты интуиции

#### 1. Скрытые аспекты субъективной реальности:

Интуиция может привести к тому, что элементы субъективной реальности, ранее скрытые или неосознаваемые, внезапно становятся доступными сознанию. Эти элементы могут включать в себя эмоциональные нюансы, переживания, интуитивные ощущения, которые до этого не были осознаны.

#### 2. Интеллектуальная и эмоциональная сферы:

Тесная связь интуиции с эмоциями и интеллектом указывает на то, что она представляет собой синтез различных аспектов психической деятельности. Интуиция может быть результатом интеллектуальных операций, но она также может включать в себя эмоциональные состояния, интуитивные предчувствия и нюансы.

#### 3. Субъективная реальность:

А.А. Налчаджян подчеркивает, что интуиция может быть связана с восприятием субъективной реальности, которая иногда трудно оценить с точки зрения чисто рационального мышления. Интуиция может предоставить новые понимания и уровни осознания.

#### 4. Активность подсознательной сферы психики:

Интуиция проявляется через элементы подсознательной психики, которые внезапно появляются в сознании. Эти элементы могут быть результатом обработки информации на неосознаваемом уровне, когда ум осуществляет сложные операции, которые не всегда доступны осознанному вниманию.

Такой подход раскрывает интуицию как более сложное явление, интегрирующее интеллектуальные и эмоциональные аспекты. Это позволяет лучше понимать природу интуиции и ее роль в нашем восприятии, решениях и понимании окружающего мира [66, с.145].

Подход В.Д. Бирюкова к определению интуиции углубляет наше понимание этого понятия и выделяет ключевые аспекты, которые

характеризуют этот сложный и интригующий процесс познания и решения проблем. Его концепция подчеркивает интуицию как качественный скачок, который не только основывается на предшествующем опыте и практике, но и приводит к новым пониманиям и знаниям [67,с.139].

Рассмотрим более подробно его определение интуиции:

1. Подготовленность развитием познания и практикой:

Согласно В.Д. Бирюкову, интуиция не возникает из ниоткуда, она строится на основе предшествующего опыта, знаний и практики. Этот аспект подчеркивает, что интуиция не является случайным проявлением, а связана с нашей подготовкой и накопленными знаниями.

2. Качественный скачок в процессе отражения:

Интуиция, согласно данному определению, описывается как качественный скачок в познавательном процессе. Это значит, что она представляет собой резкое изменение в понимании или решении задачи, которое приводит к новому уровню понимания или решения.

3. Непосредственность и внезапность:

В.Д. Бирюков подчеркивает непосредственный характер интуиции, то есть она возникает без предварительных долгих логических рассуждений. Она может появиться мгновенно, внезапно, порой даже без видимой причины.

4. Неосознаваемость:

Интуиция, по его мнению, не всегда осознается нами в полной мере. Она может быть неосознаваемой на уровне логического анализа, но при этом оказывать сильное влияние на наши решения и действия.

5. Приведение к новым знаниям и способам действия:

Самое значимое, интуиция, согласно В.Д. Бирюкову, приводит к новым знаниям и способам действия. Она может открывать нам новые перспективы, понимание и возможности в решении проблем и взаимодействии с миром.

Эта концепция выделяет интуицию как важное исследовательское и познавательное явление, которое позволяет нам быстро и эффективно реагировать на ситуации, а также обогащает наш опыт и знания о мире [67, с.153].

А.Н. Лук, исследуя проблемы творчества, понимает интуицию как подсознательную обработку информации. Исследование интуиции может осуществляться не только с психологической, но и с гносеологической перспективы, учитывая ее значимость для процесса познания. В гносеологическом контексте особое внимание уделяется вопросам, связанным с тем, как интуитивное познание соотносится с реальным миром, как изменяются знания до и после акта интуиции, как взаимосвязаны интуиция и другие виды познавательной деятельности и так далее. В то время как психологический подход сконцентрирован на особенностях психического состояния и активности человека во время проявления интуиции, включая взаимодействие когнитивных, эмоциональных и волевых аспектов, функционирование психологических механизмов и соотношение между сознательным и бессознательным [68, с.88].

Интуиция не возникает из ниоткуда, она строится на основе наших предыдущих знаний, опыта и суждений. Мы создаем свои представления и модели мира на основе этих накопленных знаний и используем их в процессе понимания и интерпретации новой информации. Наша интуиция направлена на заполнение пробелов в знаниях и обеспечение некоторой степени непосредственности в понимании [92].

Однако, важно отметить, что непосредственность знания является относительной, а не абсолютной. Наше восприятие и интерпретация мира всегда зависят от контекста и наших предвзятостей. Интуитивное знание может быть обусловлено нашими предыдущими представлениями, индивидуальным опытом, культурным влиянием и другими факторами.

Также важно понимать, что хотя мы не всегда можем объяснить или осознать процесс возникновения знания, это не означает, что он не существует. Познавательные операции, такие как ассоциации, интуитивные переходы и аналогии, могут играть роль в формировании интуитивного знания. Однако, для достоверности и обоснованности этого знания требуется дальнейшее исследование, анализ и проверка [93].

Интуитивное знание не следует рассматривать как мгновенное возникновение готового результата без предварительной подготовки. По нашему мнению, интуиция представляет собой процесс, в ходе которого уже существующее знание подвергается определенным преобразованиям, что приводит к формированию новых знаний. Эпистемологическая специфика этого процесса зависит от характера этих преобразований и методов познавательной деятельности, с помощью которых они осуществляются. Важными являются не только психологические аспекты состояния и активности, но и особенности процесса изменения знания, его движения от одного уровня к другому [94].

Методы научного познания можно разделить на две категории: эвристические и дедуктивные. Эвристические методы включают наблюдение, сравнение, эксперимент, анализ и синтез, индукцию и аналогию, обобщение, специализацию и суперпозицию. Эти методы используются для выдвижения гипотез, которые затем проверяются на истинность или ложность, и служат основой для интуиции и формирования автоматизированных умственных навыков [95].

В творческом процессе эти методы сочетаются с дедуктивными на этапе доказательства теорем или обоснования найденных решений. Здесь важную роль играют законы логики, дедуктивные методы доказательства и специфические методы, применимые к конкретной теме или дисциплине.

Математическая деятельность начинается с постановки задачи, определения цели и поиска подходящих методов для её решения. Затем следует этап выработки гипотез и создания моделей, которые могут помочь в решении задачи. Далее происходит проверка гипотез с использованием эмпирических данных и доказательство их истинности или ложности (рисунок 6) [96].



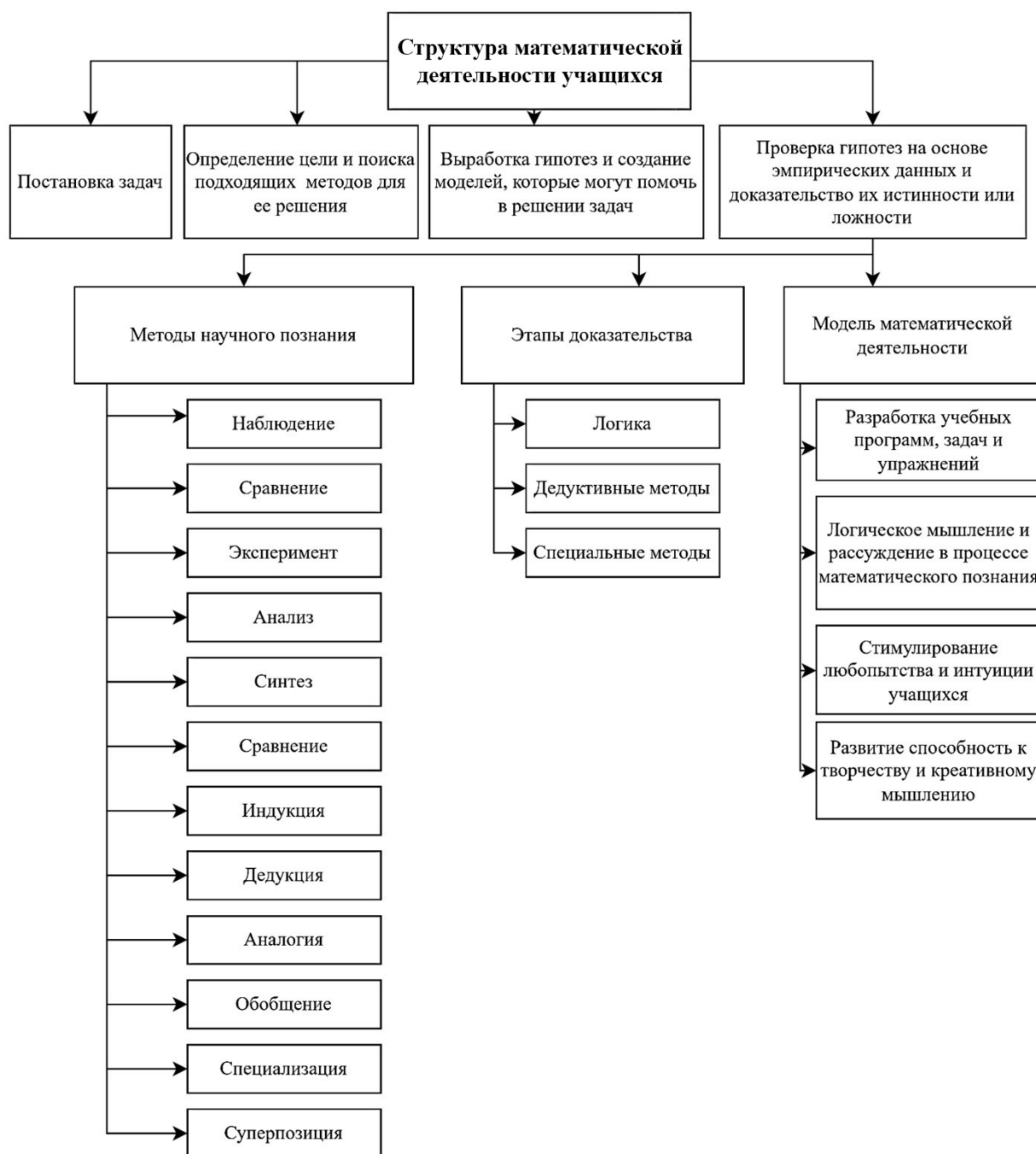


Рисунок 6 - Структура математической деятельности учащихся

Для достижения этой цели применяются различные методы научного познания, такие как наблюдение, сравнение, эксперимент, анализ и синтез, индукция и аналогия, обобщение, специализация и суперпозиция. На этапе доказательства теоремы или обоснования решения задачи, основное внимание уделяется логике, дедуктивным методам доказательства, а также специальным методам, характерным для конкретной темы или дисциплины [97].

Математическая деятельность, как процесс познания в математике и метод научного познания, может быть использована в качестве структуры для

обучения математике. Включение учащихся в творческую деятельность, которая соответствует специфике математической творческой деятельности, позволяет им лучше усваивать математические понятия и принципы, основанные на целостности, комплексности и функциональной полноте, имеющие интегральный характер [98].

Математическая деятельность начинается с постановки задачи или вопроса, требующего решения или объяснения. Затем следует определение цели и поиск подходящих методов, концептуальных инструментов и теорий, которые могут быть применены для решения задачи. Математики обычно оперируют абстрактными объектами, формулируют гипотезы и создают модели, которые позволяют им исследовать и анализировать задачу.

Структура математической деятельности может служить основой для учебно-познавательной математической деятельности. Она может быть использована для разработки учебных программ, задач и упражнений, которые помогут учащимся развивать математическое мышление и навыки. При использовании модели математической деятельности в образовательном процессе, учащиеся имеют возможность осуществлять все этапы математического исследования, начиная от постановки задачи и формулировки гипотез, до проверки и обоснования результатов [99].

Развитие модели математической деятельности в образовании помогает учащимся осознать, что математика не ограничивается простым применением формул и алгоритмов, но представляет собой живое и творческое исследование, которое требует глубокого понимания и активного участия. Она позволяет стимулировать любопытство и интуицию учащихся, развивать их способность к творчеству и креативному мышлению.

В научном творчестве интуиция играет важную роль, и Луи де Бройль подчеркивал, что ее значение не следует недооценивать. Он утверждал, что великие научные достижения и прогресс мысли возможны благодаря индукции, которая основана на воображении и интуиции. Научная интуиция проявляется нечувственным и нелогическим способом, и она может возникнуть внезапно и быть очевидной для ученого [69, с.225].

Однако следует отметить, по мнению П. Мак Кормик, интуиция не всегда является надежным источником информации. В отличие от логического мышления или эмпирического исследования, интуиция может быть подвержена ошибкам и предвзятости. Некоторые решения, принятые на основе интуиции, могут оказаться неправильными или нерациональными. Поэтому важно сбалансировать интуицию с аналитическим мышлением и фактическими данными, чтобы получить наиболее полную и объективную картину [100].

Георг Кантор, основатель теории множеств, был убежден, что математическая интуиция является ключевым компонентом творческого математического процесса. Он считал, что математическая интуиция помогает обнаруживать новые истины и создавать новые математические объекты.

Кантор описывает два вида математической интуиции: способность создавать новые математические объекты и понимание недоказуемых формальными методами математических истин. Факты показывают, что интуиция играет ключевую роль в развитии математических теорий, даже при использовании аксиоматического метода. Выбор аксиом требует творческого подхода и глубокого понимания проблемы, что подчеркивает важность интуитивного мышления в математике. Таким образом, математическое творчество всегда остается актуальным, и поиск универсальных методов может быть ограниченным [70, с.154].

Эдмунд Соса (Sosa E.) обсуждает роль интуиции в философии. Он подчеркивает, что интуиция в философии не является просто инструментом, который можно использовать без критического анализа и обоснования. Также он рассматривает экспериментальную философию, которая исследует роль интуиции в философии с помощью экспериментов. Он отмечает, что экспериментальная философия не отрицает значение интуиции, но предлагает более критический и научный подход к ее использованию [71, с.25].

Некоторые современные исследования представляют познание как неявное знание, которое еще находится в процессе формирования, но уже готово к проявлению. Это знание активно взаимодействует с изучаемой предметной областью. Интуитивное решение в таких случаях возникает аналогично логическому выводу, где недостающие элементы помогают сформировать общее представление.

Кроме того, согласно Н.Г. Баранец, интуиция проявляется не только в окончательном решении, но и в способности интуитивно предвидеть, какой смысл могут иметь определенные явления и идеи.

Путем систематического изучения различных источников информации мы можем стимулировать процесс формирования новых ассоциаций и активации интуиции. Чем глубже мы погружаемся в определенную область знаний, тем больше материала мы имеем для создания связей и ассоциаций. Повторение изученного материала может способствовать его упорядочиванию в нашем сознании, что в свою очередь может способствовать возникновению новых интуитивных соединений и идей.

Мы солидарны с мнением Н.Г. Баранец, однако важно отметить, что интуиция, хотя и может быть важным источником новых идей и открытий, не должна полностью заменять систематическое логическое мышление и эмпирические методы. Комбинирование интуиции с аналитическим мышлением и проверкой фактов позволяет получить более надежные и обоснованные результаты [101].

Однако, Л. Н. Колмогоров считал, что интуиция – это важное оружие, которое нужно уметь использовать. Интуитивные «скачки» мысли, «прозрения» и догадки, приводящие к научным открытиям, не являются случайными или необъяснимыми явлениями, а результатом деятельности разума, основанной на знаниях. Для развития интуиции в любой области необходимо иметь знания по этой области и применять их при решении задач.

Рождение новых знаний в науке зависит не только от интуиции, но и от многообразия средств познавательной деятельности человека. На сегодняшний день не существует общепринятой концепции механизма действия интуиции, но существуют различные подходы к ее изучению и анализу [73, с.24].

Многие ученые, включая А. Пуанкаре, исследовали роль логики и интуиции в математическом творчестве. По его мнению, обе они играют важную роль в этом процессе. Логика обеспечивает надежность результатов и используется для доказательства теорем, тогда как интуиция помогает математику видеть цель заранее, выбирать правильный подход и создавать новые математические концепции. Интуиция также помогает другим математикам понять смысл новых открытий и средств, которые привели к их появлению [102].

Ж. Адамар придавал важное значение творческому аспекту математического мышления и считал, что интуиция является ключевым движущим мотором творческого процесса. Она позволяет формулировать сжатые рассуждения, которые впоследствии требуется развернуть и обосновать с помощью логики. Однако процесс интуитивного поиска остается неполностью постижимым, что делает его неподдающимся алгоритмизации. Результаты интуитивного поиска могут быть осознаны лишь после его завершения [74, с.135].

По мнению Ж. Дьедонне, в математике не существует единого облика интуиции; вместо этого существует множество разнообразных установок, взаимодействующих друг с другом. Математические интуиции не постоянны, а постоянно эволюционируют благодаря новым идеям и вкладам в науку. Прогресс в абстрактных концепциях тесно связан с развитием интуиции, так как более абстрактные понятия обычно обогащаются большим количеством интуитивного понимания. Вместе с тем, Ж. Дьедонне также уделял значительное внимание логическим аспектам математического знания [75, с.66].

М. Клайн, изучая историю математики, выявил наличие интуитивного компонента в самой структуре этой науки. Он отметил, что процесс математических открытий всегда опирается на интуицию, хотя логика помогает обозреть общий путь, ведущий к желаемой цели [76, с.28].

В работе «Роль интуиции в математике» Рикардо Пенья исследуется важность интуиции в математике и влияние ее на создание новых математических концепций и теорий. Автор обсуждает различные подходы к определению интуиции и предлагает свою интерпретацию, согласно которой интуиция является интеллектуальной способностью, которая позволяет нам видеть неявные связи между объектами и идеями.

Пенья утверждает, что математика невозможна без интуиции, поскольку многие важные математические идеи и концепции были созданы благодаря интуитивному пониманию математических объектов и их связей. В то же время, автор признает, что интуитивное понимание не всегда достаточно для

построения формальной теории, и что формальная обработка математических концепций и методов также является важным аспектом математической работы. Пенья обсуждает роль интуиции в решении математических проблем и в процессе поиска новых математических концепций. Он предлагает, что интуиция играет важную роль в процессе формирования гипотез и в выборе правильного пути для их доказательства. Он также отмечает, что интуиция позволяет математикам видеть взаимосвязи между различными областями математики и находить новые и неожиданные связи между ними. Также, Пенья обсуждает отношение между интуицией и формализацией математических теорий. Он признает, что формализация является важным инструментом для проверки правильности математических доказательств, но отмечает, что интуиция по-прежнему играет важную роль в формировании формальной теории. В заключении автор подчеркивает, что интуиция является неотъемлемой частью математического творчества и что понимание ее роли в математике может помочь в ее развитии и совершенствовании [77, с.24].

Вопросом соотношения логики и математической интуиции у учащихся в Казахстане занимался Т.С.Маликов, который установил, что многие компоненты содержания учебного процесса определяются посредством интуиции. Также Т.С. Маликов сделал вывод, что интуиция является связующим звеном в системе знаний и служит не только для понимания материала, но и для его запоминания [78, с.112].

Как писал Фишбейн Е. (Fischbein E.), интуиция воспринимается как когнитивный процесс, имеющий определенные особенности. По мнению Фишбейн Е., "интуиция" сопоставляется с процессом получения интуитивного знания. Таким образом, интуиция рассматривается как познавательный процесс, а знание, полученное в результате этого ментального процесса, считается интуитивным. Подчеркивается необходимость создания системы обучения математике, способствующей развитию как формальной, так и когнитивной интуиции [103].

По мнению Маликова Т.С., некоторые определения понятий в школьной программе могут расходиться с интуитивным представлением о них. Однако можно выбрать логически строгие определения, учитывающие интуитивные представления. Важно учитывать эти интуитивные аспекты при формировании понятий, поскольку они оказывают значительное влияние на понимание учениками. Они представляют собой важные и дидактически эффективные факторы, способствующие правильному формированию представлений о соответствующих понятиях [104].

Термин "математическая интуиция" относится к интуитивному пониманию математических фактов, операций и принципов, которое учащиеся применяют при решении математических задач [105].

По нашему мнению, интуиция способна воспринимать объекты объективной реальности и отображать их наиболее целостно, учитывая их разнообразные свойства. Она обращается к тем аспектам объекта, которые наиболее важны для математических рассуждений, что позволяет выбрать

наиболее подходящие характеристики объекта как с логической, так и с интуитивной точек зрения. Иными словами, в процессе интуитивного мышления фиксируются различные свойства объекта, наиболее релевантные для математических рассуждений.

Таким образом, мы вывели собственное определение *математической интуиции как способность ученика интуитивно воспринимать и понимать математические концепции, связи и закономерности без явного логического рассуждения*. Она позволяет учащимся быстро и неосознанно ориентироваться в математической области, принимать интуитивные решения и находить связи между математическими объектами.

Исходя из вышеизложенного, можем сделать вывод, что изучение математической интуиции привело нас к пониманию ее важности в процессе математического мышления. Математическая интуиция позволяет нам легче понимать сложные математические концепции и находить новые подходы к решению проблем [106].

Ученики проходят долгий и иногда сложный путь от первого знакомства с новым материалом и понятиями до полного освоения их и применения на практике. В процессе этого пути они обогащаются представлениями, понятиями, знаниями, умениями и навыками. В связи с этим важно активно развивать логическое мышление и математическую интуицию у учеников [107].

Рассмотрев процесс усвоения знаний и важность развития логики и математической интуиции у учащихся, обратим внимание на дидактические условия, способствующие этому процессу, в контексте обучения учащихся 7-8 классов, которые будут рассмотрены в следующем параграфе нашего диссертационного исследования.

## **1.2 Дидактические условия развития логики и математической интуиции у учащихся 7-8 классов**

Дидактические условия можно рассматривать как условия успешности, позволяющие, не снижая общего уровня обучения, достичь более высоких результатов в каком-либо отношении, то есть дидактические условия обеспечивают учителям возможность продуктивно учить, а учащимся – успешно учиться [108].

Успешность выделения дидактических условий зависит, во-первых, от четкости определения той конечной цели, результаты которой должны быть достигнуты в процессе обучения.

Во-вторых, от понимания того, что совершенствование обучения, как правило достигается за счет реализации не одного, а целого ряда дидактических условий и их систем.

В-третьих, выделяя дидактические условия, важно иметь в виду, что на определенных этапах обучения дидактические условия могут выступать как результат, достигнутый в процессе его реализации [109].

Рассмотрим дидактические условия развития логики и математической интуиции у учащихся 7-8 классов.

Развитие логики и математической интуиции у учащихся и усвоение знаний представляет собой длительный и сложный процесс, имеющий свое начало, развитие и завершение.

В этом процессе надо различать развитие логики и математической интуиции у учащихся 7-8 классов:

- первоначальное знакомство с новым материалом и осмысление его содержания;
- усвоение знаний путем запоминания, заучивания;
- приобретение навыков и умений посредством упражнений, закрепление знаний и навыков путем повторения;
- применение знаний и навыков на практике.

Таким образом, учащиеся, усваивая то или иное знание, проходят длинный и сложный путь - от первоначального знакомства с новым материалом и понятием, до окончательного овладения им и применения его на практике. На этом пути ученик обогащается представлениями, понятиями, знаниями, умениями, навыками [110].

Анализ существующих в дидактике классификаций задач убедил нас в разработке системы творческих учебных заданий по уровню творческой самостоятельности, которая учитывает логику учебного предмета, психологические механизмы развития мыслительных операций, позволяет перспективно планировать и постепенно, поэтапно развивать логику и математическую интуицию у учащихся 7-8 классов [111].

Наличие в творческих учебных заданиях элементов занимательности, догадки, сообразительности, умение подметить закономерности и взаимосвязи обогащенной методики развития логики и математической интуиции у учащихся 7-8 классов.

В связи с этим, нами выделены общие требования к системе творческих учебных заданий, направленной на развитие логики и математической интуиции у учащихся, которые являются теоретическими основами отбора творческих учебных заданий в систему.

Эти требования (дидактические условия) мы разделили на большие три этапа (группы):

I. Последовательность творческих учебных заданий в системе должна соответствовать этапам процесса развития логики и математической интуиции у учащихся.

II. Содержание творческих учебных заданий на каждом этапе процесса развития логики и математической интуиции должно быть направлено на достижение цели этого этапа.

III. Характер творческих учебных заданий должен обуславливать определённый уровень мыслительной деятельности учащихся при их выполнении, который адекватен цели каждого этапа процесса развития логики и математической интуиции у учащихся.

При разработке системы творческих учебных заданий в качестве структурной единицы нами выбрана тема. Это позволило судить об эффективности предложенной системы творческих учебных заданий, методики ее реализации и выявлять взаимовлияние логики и математической интуиции в процессе их развития. Раскрыта специфика отбора этих творческих учебных заданий, которая связана с этапом развития, совершенствования навыков.

Выдвинутые требования (дидактические условия) к системе творческих учебных заданий, во многом определили организацию деятельности учащихся при использовании этой системы.

Для управления процессом выработки (развития) логики и математической интуиции у учащихся мы избрали классификацию упражнений, предусматривающую постепенный переход от подготовительных учебных заданий, предназначенных для актуализации базовых теоретических знаний, умений и навыков, к вводным заданиям, стимулирующим и активизирующим мыслительную деятельность учащихся, от них к пробным, способствующим первичному знанию на практике, к творческим тренировочным, позволяющим автоматизировать и закреплять навыки (логические), наконец, к творческим заданиям, дающим возможность применять логику и математическую интуицию на практике, в нестандартных ситуациях.

Последовательность творческих учебных заданий соответствует этапам процесса развития логики и математической интуиции, если удовлетворяет нижеследующим требованиям (условиям):

I.1. Необходимо создать условия, которые позволяют учащимся активно включаться в математическую деятельность на индивидуальном уровне: то есть под руководством учителя они будут постепенно проходить через различные этапы творческого процесса;



I.2. Надо учить учащихся уметь анализировать задачи, сочетать логический и интуитивный поиск решения, выражение результатов поиска словами, их формализацию, а также обобщение полученного решения;

I.3. Чтобы учащиеся могли регулярно проходить через этапы математической деятельности, необходимо основываться на возможности учащихся применять свой опыт при изучении материала и давать им возможность выбирать уровень сложности выполняемых заданий;

I.4. Для успешного решения творческих учебных заданий необходимо, чтобы учащиеся проявляли интерес к их решению и были готовы использовать свои способности для поиска решений. Учитель должен помочь ученику развить умение думать и догадываться, знать фактический материал, общие подходы к решению задач и опыт в решении творческих учебных заданий.

I.5. Нужно использовать задачи, которые помогают ученикам последовательно выполнять действия. В задачу должны быть включены требования, которые направляют учеников на выдвижение предположений и проведение рассуждений по аналогии.

I.6. Нужно использовать задачи, которые не ограничивают выполнение конкретных учебных действий. В этих целях необходимо развивать логику и математическую интуицию у учащихся [112].

На основе анализа психолого-педагогических и методических работ мы разработали нижеследующие дидактические условия развития логики и математической интуиции у учащихся 7-8 классов для второй группы (этапы) требований:

II.1. Необходимо подразделить и детализировать содержание учебного материала на возможно мелкие части – смысловые элементы (учебные элементы), определить рациональную последовательность их изучения и затем по каждому смысловому элементу разработать процесс обучения и контроля. Одним условием успешного овладения некоторой отраслью знаний, является выявление одной клеточки соответствующей науки, что позволяет, сосредоточив усилия исследователей на всестороннем анализе ее, построить эффективную систему знаний. В качестве такой клеточки методики математики следует взять понятие математические упражнения (творческие учебные задачи). По нашему мнению, такой клеточкой нужно взять не только творческие учебные задания, а адаптивные элементы познавательной деятельности, то есть смысловые элементы учебно-познавательной работы [113].

II.2. Чтобы удобно и целесообразно было подразделять содержание учебной информации на смысловые элементы, обеспечить логику этого подразделения и одновременно наглядно представить структурные связи.

II.3. Научить ученика мыслить и работать можно лишь при условии развития ученика как самостоятельной личности, способной к активной и творческой самоорганизации всех видов математической деятельности.

II.4. Перестройка привычной структуры урока: чтобы каждая минута свободного времени ученика была занята активной деятельностью, общением

учащихся друг с другом, овладением приемами самостоятельной работы за счет принципиальной переориентации всего учебного процесса на создание условий для индивидуального развития каждого ученика.

III.1. Следует использовать постепенный переход к модели развития математической интуиции и логики у учащихся с поэтапным включением отдельных ее элементов, учитывая возрастные особенности учащихся.

III.2. Определив и выделив всё то, что должен делать ученик, производя предварительные наброски, следует построить творческие учебные задачи и разработать методику развития математической интуиции и логики у учащихся.

III.3. Для обучающихся используется наиболее знакомая для него схема логика-логика сообщений своих мыслей другому человеку. А в результате логика познания подменяется логикой мышления в рамках готового знания.

III.4. В научном исследовании играют важную роль различные факторы, включая логическое мышление, эмпирические методы и критическое мышление. Однако роль интуиции в научном познании также является значимой и заслуживает внимания. Поэтому необходимо определить роль интуиции в научном познании, ее определение, механизмы проявления и влияние на исследовательский процесс (рисунок 7) [114].



Рисунок 7 - Роль интуиции в научном познании и механизмы проявления интуиции

Интуиция может быть определена как способность внезапно и без объяснений постигать новые знания, понимать сложные ситуации и делать предположения, основанные на неосознанных ассоциациях.

Интуиция в научном исследовании:

а) Роль интуиции в формулировании гипотез заключается не только в помощи сформулировать предположения и гипотезы, но также в обогащении их содержания и исследовательской оригинальности. Вот несколько способов, которыми интуиция может расширить и углубить идеи в формулировании гипотез:

- Обнаружение скрытых связей и схем

- Интуитивное предчувствие
- Творческое мышление
- Восприятие возможностей.

б) Интуиция играет важную роль в принятии решений и выборе исследовательских направлений, особенно в ситуациях неопределенности и сложности. Вот несколько способов, которыми интуитивные ощущения могут влиять на принятие решений и формирование исследовательских направлений:

- Интуиция позволяет провести неосознанный анализ огромного объема информации, которая может быть сложной для рациональной обработки.

- В ситуациях, требующих оперативного принятия решений, интуиция может стать полезным инструментом. Она позволяет быстро оценить ситуацию, уловить ключевые аспекты и принять решение на основе интуитивного ощущения.

- Интуиция способствует распознаванию связей и тенденций на основе ограниченной информации, то есть интуитивно улавливать важные сигналы и наблюдать тенденции, которые могут помочь принять решение.

- Интуиция часто связана с эмоциональными реакциями и ощущениями в принятии решений [115].

Роль интуиции в научном познании еще недостаточно изучена, включая математику. В математике интуиция помогает увидеть связь между целым и частями до начала логического рассуждения, а затем интуиция помогает синтезировать части в единое целое.

Понимание математических рассуждений и доказательств требует не только логического анализа, но и интуитивного синтеза, который основан на творческом воображении. Интуитивная гипотеза может быть создана без прямой логической связи с фактами и часто опирается на интеллектуальную интуицию, которая позволяет видеть цели издалека. Для успешного решения проблемы необходимо тщательно анализировать ее различные стороны и аспекты [116].

Человек обычно не осознает процесс интуитивного мышления, так как его внимание сосредоточено на объекте познания и цели деятельности, а не на психических процессах, которые участвуют в этом процессе. Однако, как в логико-дискурсивном, так и в интуитивном мышлении, решение всегда предшествует постановке задачи. Существует множество философских теорий, объясняющих интуитивное познание, которое включает в себя процессы накопления и преобразования знания через различные формы интуиции. Однако, трактовки интуиции противоречивы и многозначны из-за разделения этого понятия на две основные формы (рисунок 8) [117].



Рисунок 8 - Классификация форм интуиции

Первая форма интуиции связана с переходом от старых форм знания к новым и базируется на использовании предшествующей исторической практики и индивидуального опыта исследователя. Эта способность позволяет быстро адаптироваться к новым ситуациям и применять уже усвоенные знания для понимания и решения новых проблем [118].

Однако следует отметить, что первая форма интуиции не ограничивается только использованием предшествующей практики и индивидуального опыта. Она также может включать неосознаваемые процессы и интуитивные ощущения, которые могут помочь в создании новых знаний и идей.

Вторая форма интуиции представляет собой специфический способ взаимодействия между чувственным и логическим познанием, который может проявиться как интуитивное знание, подлежащее научной проверке после экспериментального подтверждения. Одно определение этого вида интуиции связано с психологическим анализом, а другое - с гносеологическим аспектом [119].

Перед тем как продолжить анализ, необходимо рассмотреть классификацию форм интуиции, которую предложил Марио Бунге.

Однако многие исследователи критикуют эту классификацию и считают ее непоследовательной, поскольку она не учитывает многих механизмов познания, а также может быть использована для описания неопределенных процессов, которые сложно анализировать. Бунге выделяет несколько основных значений интуиции, которые часто употребляются, такие как

быстрое восприятие, воображение, краткое аргументирование и здравый смысл, а также делает различие между чувственной и интеллектуальной интуицией. Тем не менее, Бунге не уделяет достаточного внимания последовательности процессов логического вывода умозаключений и не описывает многие механизмы познания, что может привести к неопределенности и неполноте его классификации [120].

Вместо противоположности интуитивному следует рассматривать алгоритмический подход, который использует точные математические алгоритмы для получения истинного результата. В ситуациях, где применяются четкие алгоритмы, интуиция обычно не требуется, так как существуют определенные методы для распознавания элементарных конструктивных объектов и выполнения операций над ними. Однако, при поиске новых алгоритмов, который является важным аспектом математического творчества, роль интуиции, особенно интеллектуальной, становится значимой. Она помогает изменять начальные цели, сравнивая их с ожидаемыми результатами, и ведет к достижению конечного вывода или принятию решения о прекращении поиска из-за объективных причин [121].

В научном познании интуиция проявляется через взаимодействие чувственного и логического познания, известного как интуитивное познание. Это важный аспект как в научном, так и в ненаучном познании. Характерные черты научной интуиции включают невозможность получения желаемого результата чувственным или прямым логическим способом, абсолютную уверенность в истинности результата, внезапность и неожиданность открытия, очевидность результата, неосознанность творческого процесса, быструю и легкую прогулку от исходных данных к открытию, а также удовлетворение от самого процесса и результатов. В общем, интуитивные действия должны быть непредсказуемыми, быстрыми, легкими и логичными, основанными на предыдущем опыте и выходящим за рамки логики и созерцания [122].

Подводя итог вышеизложенному, мы можем сделать вывод, что в математике и науке в целом интуиция играет важную роль в создании новых гипотез, предположений и идей, которые затем могут быть проверены и доказаны с помощью логических рассуждений и доказательств. Интуиция помогает увидеть скрытые связи между объектами и явлениями, которые могут быть незаметны на первый взгляд, и в этом смысле интуиция является важным инструментом в научном и математическом познании. Однако, важно понимать, что интуиция должна быть подкреплена логическими рассуждениями и эмпирическими данными, чтобы идеи, созданные на ее основе, могли быть признаны научными.

Клейн считал, что с течением времени вырабатываются новые представления и интуитивные понимания, которые позволяют нам воспринимать более сложные математические концепты.

Это подтверждает, что интуиция является эффективным инструментом в математическом познании. Если интуитивно убедительные математические объекты оказываются строго обоснованными, то это демонстрирует, что они

были истинными, хотя не были строго обоснованными на момент их создания [123].

Мы считаем, что математическая интуиция имеет еще одну особенность – *способность видеть уже известные вещи в новом свете и находить в них новое содержание, которое неочевидно при традиционном взгляде*. Часто значительные открытия возникают благодаря замечанию или созданию чего-то, что кажется очевидным после того, как это было открыто, но ранее никем не было замечено или создано.

Изложенные условия представляют собой комплексный подход к развитию логики и математической интуиции у учащихся 7-8 классов. Важно отметить, что данный подход предполагает систематическое и последовательное построение учебного процесса, ориентированного на индивидуальные потребности каждого ученика.

В результате анализа сделаем вывод о том, что развитие логического мышления и математической интуиции у учащихся играет важную роль в образовании. Этот процесс не только способствует усвоению математических знаний, но также развивает критическое мышление, творческий подход к решению проблем и самостоятельность в учебе. Для достижения этой цели важно учитывать возрастные особенности учеников и создавать условия для активной работы и индивидуального развития. Такой подход помогает не только успешно освоить учебный материал, но и формирует навыки, необходимые для саморазвития и самореализации в будущем [124].

Перейдем к рассмотрению содержательно-структурных особенностей развития логики и математической интуиции у учащихся на уроках математики. Этот аспект обучения предполагает более детальное исследование методов и подходов, используемых при обучении, а также оценку эффективности применяемых стратегий в контексте развития мыслительных навыков и умений.

### **1.3 Содержательно-структурные особенности развития логики и математической интуиции у учащихся на уроках математики**

В современном образовательном контексте развитие логики и математической интуиции у учащихся является одной из ключевых задач, поскольку эти навыки играют важную роль в формировании компетентного и гибкого мышления. В рамках уроков математики акцент на развитие логики и интуиции позволяет стимулировать креативность, аналитические способности и способность к решению сложных задач. Однако, прежде чем рассматривать содержательно-структурные особенности развития этих навыков, необходимо обратить внимание на существующие подходы к изучению действия интуиции [125].

На сегодняшний день существует несколько подходов к изучению действия интуиции (рисунок 9).



Рисунок 9 - Подходы к изучению действия интуиции

Когнитивный подход в исследовании интуитивного мышления направлен на изучение процессов и механизмов, которые лежат в основе интуитивных решений и ощущений.

Когнитивный подход исследует аспекты интуитивного мышления, включая быстрое и автоматическое восприятие информации, которая может быть неосознаваемой. Когнитивные исследования изучают, как этот процесс обработки информации на неосознаваемом уровне влияет на формирование интуитивных ощущений и решений. Наш мозг способен быстро распознавать схожие связи в информации и использовать их для формирования интуитивных выводов. Когнитивные исследования также обращают внимание на неосознаваемые процессы, такие как автоматическая обработка информации и активация ассоциаций, которые влияют на интуитивное мышление. Понимание этих процессов помогает лучше понять природу интуиции и её роль в принятии решений [126].

Когнитивный подход также исследует эвристические (эвристические правила) и стратегические аспекты интуитивного мышления. Например, исследования показывают, что наше интуитивное мышление может быть подвержено различным эвристическим смещениям, которые влияют на принятие решений.



Когнитивный подход к изучению интуитивного мышления основан на экспериментальных методах и позволяет получать эмпирические данные о процессах и механизмах, лежащих в основе интуитивного мышления. Он позволяет более глубоко понять, как мышление работает в неосознаваемом режиме и какие механизмы участвуют в формировании интуитивных ощущений и решений [127].

Феноменологический подход в изучении интуитивного мышления фокусируется на изучении того, как интуиция переживается и интерпретируется индивидом. Он ставит акцент на субъективном опыте интуитивного мышления и понимании того, как люди воспринимают, интерпретируют и описывают свои интуитивные ощущения и решения [128].

Рассмотрим некоторые аспекты, которые изучаются в феноменологическом подходе к интуиции:

Феноменологический подход интересуется тем, как интуитивные ощущения переживаются субъектом. Исследователи пытаются понять, какие аспекты интуитивного опыта существуют, как они ощущаются и каким образом субъекты описывают свои интуитивные ощущения.

Феноменологический подход также изучает, как люди интерпретируют и осмысливают свои интуитивные ощущения и решения. Исследователи интересуются тем, какие значения придаются интуитивным ощущениям и как они влияют на принятие решений и действия.

Феноменологический подход также изучает различные формы и структуры интуиции. Исследователи анализируют, какие аспекты опыта и мышления могут быть связаны с интуитивными ощущениями и как они могут быть структурированы или организованы.

Феноменологический подход уделяет внимание контексту и ситуации, в которой возникают интуитивные ощущения. Исследователи анализируют, как контекстуальные факторы, такие как социальные, культурные или эмоциональные аспекты, могут влиять на формирование и интерпретацию интуитивных ощущений. В феноменологическом подходе используется качественный метод исследования, включающий интервью, наблюдение и анализ текстовых данных, чтобы получить более глубокое понимание индивидуального опыта интуиции. Этот подход помогает развить детальное описание и объяснение интуитивного мышления изнутри [129].

Социально-психологический подход в изучении интуитивного мышления фокусируется на влиянии социальной среды на формирование и функционирование интуитивных ощущений. Он исследует, как общество, культура и социальные взаимодействия влияют на наше восприятие, оценку информации и принятие интуитивных решений.

Рассмотрим некоторые аспекты, которые изучаются в социально-психологическом подходе к интуиции:

Социально-психологический подход анализирует, как культурные нормы, ценности и убеждения формируют наши интуитивные ощущения. Исследователи исследуют, как различные культуры относятся к интуиции,

какие ожидания существуют относительно интуитивного мышления и как это влияет на принятие решений и поведение [130].

Социально-психологический подход также изучает психологические механизмы, которые связаны с интуитивным мышлением в социальной среде. Исследователи интересуются, какие когнитивные процессы искажают или поддерживают интуитивные ощущения в социальном контексте, а также как взаимодействия с другими людьми могут повлиять на наше интуитивное мышление.

Социально-психологический подход анализирует, как социальные факторы влияют на принятие интуитивных решений и наше поведение в контексте социальных взаимодействий. Исследователи изучают, как социальная поддержка, оценка других людей и социальное влияние влияют на наши интуитивные решения и нашу склонность к риску или консерватизму.

Социально-психологический подход к изучению интуиции использует разнообразные методы, включая экспериментальные исследования, опросы, анализ данных наблюдения и анализ социальных сетей, чтобы выявить взаимосвязь между социальной средой и интуитивным мышлением [131].

Философский подход в изучении интуиции занимается основными философскими вопросами, связанными с этим феноменом. Он стремится разобраться в том, что такое интуиция, как она функционирует и как она связана с пониманием и получением знаний о мире.

Остановимся на некоторых аспектах, которые изучаются в философском подходе к интуиции:

Философский подход анализирует различные определения интуиции и пытается разобраться в ее сути. Исследователи обсуждают, может ли интуиция быть рассмотрена как форма знания, какое место она занимает в иерархии познания и как она отличается от других форм мышления [132].

Философский подход также исследует вопросы о субъективности и объективности интуиции. Исследователи обсуждают, насколько интуитивные ощущения могут быть субъективными и зависеть от индивидуальных особенностей, а также насколько они могут быть объективными и общими для всех людей.

Философский подход использует методы рационального анализа, логического рассуждения и аргументации для выявления основных философских проблем, связанных с интуицией. Философы проводят дискуссии, формулируют теории и предлагают философские аргументы, чтобы развить понимание и интерпретацию интуиции [133].

Творческое воображение является одной из наиболее продуктивных форм интеллектуальной интуиции, которая используется для создания новых понятий и формирования новых гипотез. Интуитивная гипотеза не логически следует из фактов, а базируется на творческом воображении. В математическом творчестве интуиция не только выступает в качестве объединяющей идеи, но также может быть догадкой, которую необходимо

далее разрабатывать и проверять с помощью дедуктивных методов рассуждения [134].

Если для решения математической задачи существует точный алгоритм или доказательство алгоритмической неразрешимости, то интуиция не требуется. В таком случае необходимы только правила применения алгоритма и элементарные конструктивные объекты. Однако при поиске новых алгоритмов интуиция, особенно интеллектуальная, является необходимой.

Все виды творчества, будь то искусство или наука, используют интуицию и чувство гармонии в своем развитии. Однако чистое математическое творчество отличается от других видов творчества только в том, что его продукция проверяется логическим путем, дедуктивным доказательством, а не конкретным экспериментом, как в случае с искусством и естественными науками. В математическом творчестве интуиция и логика играют важные роли: логика является инструментом доказательства, который может обеспечить достоверность, а интуиция является инструментом изобретательства [135].

Математическое творчество – это процесс создания или открытия новых математических идей, концепций, теорий или методов, которые ранее не были известны или не были формализованы в математической литературе. Это может включать как разработку новых математических моделей и алгоритмов, так и нахождение новых способов решения существующих математических проблем.

Рассмотрим роль логики и интуиции в математическом творчестве, а также их взаимосвязь [136].

Одной из альтернатив технологическому подходу в обучении является исследовательский подход, который направлен на развитие творческого мышления учеников. Поэтому необходимо обучать учеников способности к гипотезам и догадкам уже на этапе усвоения дидактических единиц, таких как математические понятия, теоремы, правила, алгоритмы и методы решения задач. После усвоения этих единиц на уровнях понимания и применения, ученики смогут включиться в более сложную исследовательскую деятельность, требующую аналитического и синтетического мышления [137].

Интуиция играет важную роль в математическом творчестве, особенно при достижении значительных математических открытий. Однако, для того чтобы выводы были достоверными и непротиворечивыми, необходимо, чтобы они были подвергнуты логическому анализу и отбору.

Хотя учащиеся школы не могут создавать новые математические продукты на высоком уровне, их можно включать в активную самостоятельную деятельность по раскрытию содержания новых понятий, решению проблемных задач и преобразованию имеющихся знаний. Такой подход может стимулировать учеников к творческой деятельности в математике, даже если их открытия будут иметь значение только для них самих [138].

В целом, математическое творчество включает в себя как интуитивные, так и логические аспекты. Тесное взаимодействие между интуицией и логикой необходимо для получения новых математических открытий и продуктивной работы в этой области.

Понятие "творческая деятельность" может быть охарактеризовано следующим образом:

1. Активность, направленная на создание новых продуктов или решений, отличающихся оригинальностью и уникальностью, изменяющая окружающую среду или внутренний мир личности.

2. Творческая деятельность требует высокой мотивации и может возникать как целенаправленный процесс, так и спонтанно.

3. В ее осуществлении взаимодействуют сознательные и бессознательные процессы (логика и интуиция).

4. Для успешной творческой деятельности необходимы дивергентное мышление и ряд параметров креативности, таких как гибкость, быстрота и оригинальность мышления.

5. Творческая деятельность возникает как результат синтеза уровня интеллектуальных способностей и мотивации и проявляется на различных уровнях интеллектуальной активности.

Таким образом, творческая деятельность характеризуется созданием новых продуктов, знаний или способов действий, и происходит в соответствии с набором признаков, таких как новизна, ценность, изменение принятых идей, сильная мотивация и устойчивость. В связи с этим, процесс обучения должен учитывать эти признаки, чтобы способствовать формированию творческой деятельности учеников [139].

Математическая интуиция позволяет учащимся лучше понимать математические объекты и процессы, а также быстрее и эффективнее решать математические задачи. Кроме того, развитие математической интуиции ведет к развитию креативности и инновационности мышления, что помогает учащимся находить нестандартные решения задач и развивать свои способности [140].

Рассмотрим различные методы и приемы, которые способствуют развитию математической интуиции. Данный процесс должен быть целенаправленным и систематическим процессом (рисунок 10).



Рисунок 10 - Методы для развития математической интуиции у учащихся

1. Использование геометрических моделей. Работа с геометрическими моделями помогает учащимся лучше понимать математические объекты и процессы. Например, задания на построение графиков, использование геометрических формул и теорем.

2. Работа с гипотезами и проблемами. Учащиеся должны находить и формулировать гипотезы и проблемы, исследовать их и прийти к выводам. Это помогает развивать логическое мышление и интуитивное понимание математических понятий.

3. Использование игр и задач. Игры и задачи, связанные с математикой, помогают учащимся лучше понимать математические понятия и процессы.

4. Использование аналогий и метафор. Работа с аналогиями и метафорами помогает учащимся лучше понимать сложные математические понятия и процессы. Например, можно использовать аналогию между математическими понятиями и повседневными ситуациями, чтобы упростить понимание.

5. Работа с нестандартными задачами. Решение нестандартных задач помогает учащимся развивать креативное мышление и находить новые способы решения задач. Например, можно предложить задачу на поиск нестандартного решения уравнения [110, с.230].

Эти и другие методы помогают учащимся развивать математическую интуицию. Проанализировав литературу, мы выделили несколько моделей развития логики и математической интуиции у учащихся (рисунок 11).

Рассмотрим несколько моделей развития логики и математической интуиции у учащихся, некоторые из которых включают:

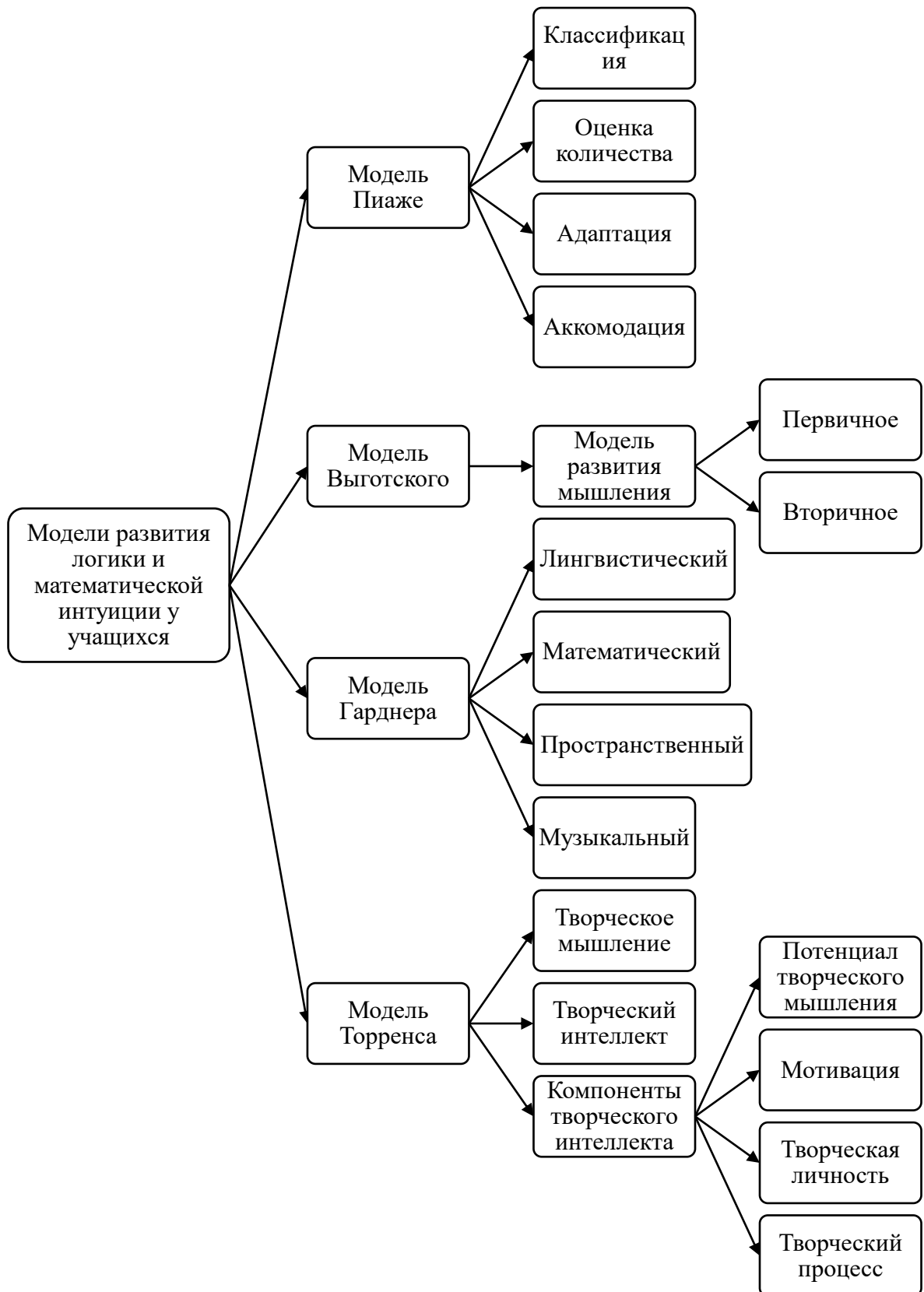


Рисунок 11 - Модели развития логики и математической интуиции у учащихся

Модель Пиаже. Модель описывает четыре основные стадии развития мышления у детей: сенсомоторное мышление, предоперационное мышление, конкретно-операционное мышление и формально-операционное мышление.

1. Сенсомоторное мышление (0-2 года): на этой стадии дети приобретают первичные знания о мире через чувства и движения. Они начинают понимать, что могут воздействовать на мир и взаимодействовать с ним.

2. Предоперационное мышление (2-7 лет): дети начинают использовать символическое мышление и язык для описания и понимания мира. Они начинают осознавать сохранение объектов и простые понятия, такие как количество и классификация.

3. Конкретно-операционное мышление (7-12 лет): дети могут выполнять логические операции над конкретными объектами, понимать причинно-следственные связи и базовые математические концепции.

4. Формально-операционное мышление (12 лет и старше): дети способны применять абстрактное мышление и решать сложные проблемы, работая с абстрактными концепциями.

5. Взаимодействие с окружающей средой и внутренние процессы: развитие мышления происходит благодаря взаимодействию с окружающей средой и внутренним процессам, таким как адаптация и аккомодация.

Модель Пиаже подчеркивает, что развитие мышления детей происходит через преодоление диссонансов между существующими пониманиями и новой информацией [141].

Модель Выготского. Эта модель предполагает, что развитие мышления происходит в результате социального взаимодействия, а не только в результате индивидуальных процессов. Она подчеркивает важность использования ролевых игр, диалога и совместной деятельности в развитии мышления [142].

1. Социокультурный подход к развитию: модель подчеркивает, что развитие мышления происходит в результате социального взаимодействия, а не только через индивидуальные процессы.

2. Важность социальной среды и диалога: использование ролевых игр, диалога и совместной деятельности играют ключевую роль в развитии мышления.

3. Уровни развития мышления: модель различает первичное и вторичное мышление. Первичное мышление связано с непосредственным взаимодействием человека с миром, а вторичное - с использованием языка и символов для понимания мира.

1. Зона ближайшего развития: концепция зоны ближайшего развития выделяет разрыв между тем, что ребенок может делать самостоятельно, и тем, что он может сделать с помощью более опытного партнера. Это понятие подчеркивает роль более опытных партнеров в расширении возможностей ребенка и его мыслительных способностей [143].

Модель Гарднера. Эта модель основана на том, что интеллект не является единым, но состоит из различных типов интеллекта, таких как



лингвистический, математический, пространственный, музыкальный и другие. Эта модель сосредотачивается на развитии каждого типа интеллекта отдельно.

Модель Гарднера, также известная как теория множественного интеллекта, предполагает, что интеллект не является единым, а состоит из различных типов интеллекта, каждый из которых может быть развит отдельно. Гарднер выделяет восемь типов интеллекта: лингвистический, математический, пространственный, музыкальный, кинестетический, межличностный, интраперсональный и естественно-научный. Модель Гарднера также подчеркивает важность использования различных методов обучения и оценки успехов учащихся, чтобы оценить различные типы интеллекта. Эта модель позволяет учителям и родителям лучше понимать индивидуальные потребности учеников и использовать соответствующие методы для развития каждого типа интеллекта [144].

Модель Торренса. Эта модель ориентирована на развитие творческого мышления. Она подчеркивает важность стимулирования воображения, создания новых и решения нетипичных задач.

Модель Торренса, также известная как теория творческих интеллектов, ориентирована на развитие творческого мышления. Эта модель разработана на основе исследований в области творчества и предполагает, что творческие способности могут быть развиты у всех людей.

Согласно модели Торренса, творческий интеллект состоит из четырех основных компонентов: потенциал творческого мышления, мотивации, творческой личности и творческого процесса. Для развития творческого мышления важно стимулировать воображение, создание новых идей и решения нетипичных задач. Важно также создавать благоприятную среду для творчества и поддерживать мотивацию учащихся.

Модель Торренса подчеркивает, что творческое мышление не является случайным и неопределенным процессом, но может быть систематически развиваемым через определенные упражнения и задачи. Эта модель предлагает использовать различные методы, такие как аналогии, переформулирование задач, генерирование идей и другие, для развития творческого мышления [145].

Из четырех представленных моделей мы больше склоняемся к модели Торренса, так как именно он подчеркивает развитие творческого мышления через систематическое использование задач на уроке, что будет способствовать развитию творческого мышления и интуитивных навыков.

Поэтому в образовании по математике необходимо больше, чем просто обучение решению задач. Ключевым является развитие способности учеников генерировать эффективные идеи для решения математических задач. Для этого необходимо улучшить их интуитивные навыки в решении математических проблем, поскольку они могут значительно помочь в этом процессе. Tall D. подчеркивает, что в ситуациях, когда ученики испытывают

трудности с логическим мышлением, важно также учитывать их математическую интуицию [146].

По мнению Ерр S.S., при обучении учеников дедуктивному мышлению, важно, чтобы учитель учитывал интуитивное понимание учеников, опираясь на образы, которые они формируют в своем воображении [147].

Интуиция — это способность человека интуитивно понимать, что его действия правильные или неправильные, это интуитивное чувство. С другой стороны, логика зависит от наличия точной информации, которая используется для создания понимания феноменов. Математическая интуиция и логика являются двумя важными компонентами в общей фазе обучения, так как это приводит к тому, чтобы привнести креативность в процесс обучения, что, в свою очередь, увеличивает интерес учащихся.

В математическом исследовании интуиция и логика взаимодействуют диалектически. Интуиция раскрывает факты, а логика проверяет их на истинность. Как Анри Пуанкаре указал точно, «Логика и интуиция играют необходимые роли. Логика является орудием для доказательства достоверности, а интуиция – для изобретательности» [148].

В методике преподавания математики часто исследуют возможности развития логического мышления учащихся через интуитивное изучение математического материала. Педагог-психолог Д. Брунер подчеркивает важность интуитивного подхода в процессе обучения математике как формальному методу дедукции [149].

Одновременно Н.Г.Фомина считает, что изучение роли интуиции в учебном процессе является актуальной психолого-педагогической проблемой, так как интуиция является необходимой частью мыслительного, восприятия и ясности процессов. Кроме того, по его мнению, любое решение может быть обусловлено процессом интуиции [150].

Развитие математической науки зависит от интуиции и логики, поэтому обучение математике должно учитывать оба этих аспекта. Д. Пойа призывает не только учиться доказывать, но и развивать интуитивное мышление. Каждая математическая задача может служить инструментом для развития интуиции.

Идеи, возникающие интуитивно, проходят проверку на логическую обоснованность. Подтверждение или опровержение этих идей зависит от их совместимости с другими идеями. Эта совместимость проверяется путем логических рассуждений, которые устанавливают связь между новой идеей и уже доказанными. Таким образом, процесс поиска логического доказательства для новой идеи из предыдущих доказанных идей представляет собой проверку ее согласованности с другими идеями [151].

Развитие логики и математической интуиции у учащихся может быть реализовано в трех направлениях (рисунок 12).



Рисунок 12 - Основные направления развития логики и математической интуиции у учащихся

Первое направление обучения связано с организацией учебной деятельности учеников, которая проходит через этапы, аналогичные этапам творческого процесса: подготовка, логический поиск решения, интуитивный поиск решения, преобразование и обобщение данных. Второе направление основано на использовании специального учебно-задачного материала, который включает разнообразные задачи:

- задачи, которые требуют последовательного выполнения действий, соответствующих и логике, и интуиции.

- задачи, которые, хотя и имеют одно требование, но требуют применения как математической интуиции, так и логики. Эти задачи используются в сочетании с теми, что направлены на формирование опыта в решении известных задач [152].

Нами было добавлено третье направление: Использование творческих учебных заданий на уроках математики, в котором было добавлены такие задания как задания, которым придан проблемный характер; задания, допускающие различные способы решений, задания с лишними данными; задания с заведомо неправильными данными; задания межпредметного характера. Мы считаем, что именно использование данного направления на уроках математики будет способствовать развитию логики и математической интуиции учащихся.

Выяснено, что понятие интуиции имеет отношение к различным областям, при этом математика занимает первое место в списке академических наук и образования. Ряд ученых, таких как Бергсон и Спиноза, установили связь между логикой и интуицией, разумом и логикой, особенно в отношении дисциплины математики. В контексте математики интуиция связана со способностью концептуализировать проблемы и понимать лежащую в их основе логику, что способствует эффективной и действенной способности учащихся решать проблемы. Проще говоря, математическая интуиция — это способность понимать лежащую в основе логическую перестановку и одновременно находить подходящие и быстрые стратегии решения проблем [153].

Исходя из вышеизложенного, сделаем вывод, что содержательно-структурные особенности развития логики и математической интуиции у учащихся на уроках математики обусловлены тем, что математика является не только набором правил и формул, но и инструментом для развития гибкости мышления. При изучении математики ученики не только усваивают конкретные знания, но и развивают способность к абстрактному мышлению, логическому анализу, а также умение видеть связи между различными концепциями.

Важность гибкости мышления при изучении математики подчеркивается тем, что в процессе решения математических задач часто приходится применять различные подходы и стратегии, которые требуют творческого мышления и способности к адаптации к новым условиям. Кроме того, развитие математической интуиции способствует более глубокому пониманию математических концепций и их применению в различных контекстах.

Таким образом, уроки математики играют важную роль в формировании не только математических знаний, но и развитии ключевых когнитивных навыков, таких как гибкость мышления, способность к творчеству и адаптации, что подготавливает учащихся к успешной адаптации к разнообразным задачам и ситуациям не только в области математики, но и в жизни в целом [154].

Мы, проанализировав, психолого-педагогическую и методическую литературу и исследования пришли к выводу, что желательно (целесообразно) использовать третье направление. Чтобы развивать логику и математическую интуицию у учащихся надо пользоваться разработанными нами дидактическими условиями, которым удовлетворяет система творческих учебных заданий и методику их реализации.

## **Выводы по первой главе**

В первой главе «Теоретические основы развития логики и математической интуиции у учащихся на уроках математики» проведен анализ психолого-педагогической литературы по проблеме исследования.

Раскрыто содержание понятия «логика» и «математическая интуиция» у учащихся, конкретизированы группы приемов в соответствии с их общей теоретической основой для использования рациональных подходов в методике развития логики и математической интуиции у учащихся.

Проанализированы взгляды зарубежных и отечественных авторов по проблеме развития логики и математической интуиции у учащихся;

Определены дидактические условия, которые были разделены на три большие группы:

I. Последовательность творческих учебных заданий в системе должна соответствовать этапам процесса развития логики и математической интуиции у учащихся.

II. Содержание творческих учебных заданий на каждом этапе процесса развития логики и математической интуиции должно быть направлено на достижение цели этого этапа.

III. Характер творческих учебных заданий должен обуславливать определённый уровень мыслительной деятельности учащихся при их выполнении, который адекватен цели каждого этапа процесса развития логики и математической интуиции у учащихся.

Изложенные условия представляют собой комплексный подход к развитию логики и математической интуиции у учащихся 7-8 классов. Важно отметить, что данный подход предполагает систематическое и последовательное построение учебного процесса, ориентированного на индивидуальные потребности каждого ученика.

Проанализированы модели развития логики и математической интуиции у учащихся 7-8 классов и процесс их развития. Выделены показатели сформированности каждого качества логики и математической интуиции у учащихся. На их основе определены возможные уровни сформированности качеств, установлены критерии соответствующего качества логики и математической интуиции.

Проанализированы учебники по математике для 7-8 классов, используемые в республике, с целью рассмотрения системы творческих учебных заданий в них как средства развития логики и математической интуиции у учащихся. Выполнен анализ состояния педагогической практики по развитию логики и математической интуиции у учащихся.

Определены содержательно-структурные особенности развития логики и математической интуиции у учащихся. Можно заключить, что содержательные и структурные особенности формирования логики и математической интуиции у учеников на уроках математики связаны с тем, что математика представляет собой не просто совокупность правил и формул, но и средство для развития гибкости мышления. В процессе изучения

математики учащиеся не только приобретают конкретные знания, но и развивают навыки абстрактного мышления, логического анализа и способность выявлять связи между различными концепциями.

Рассмотрены различные методы и приемы, которые способствуют развитию математической интуиции.

1. Использование геометрических моделей.
2. Работа с гипотезами и проблемами.
3. Использование игр и задач.
4. Использование аналогий и метафор.
5. Работа с нестандартными задачами.

Эти и другие методы помогают учащимся развивать математическую интуицию.

Выделены основные направления развития логики и математической интуиции у учащихся: первое направление обучения связано с организацией учебной деятельности учеников, которая проходит через этапы, аналогичные этапам творческого процесса: подготовка, логический поиск решения, интуитивный поиск решения, преобразование и обобщение данных. Второе направление основано на использовании специального учебно-задачного материала, который включает разнообразные задачи. Нами было добавлено третье направление: Использование творческих учебных заданий на уроках математики, в котором были добавлены такие задания как задания, которым придан проблемный характер; задания, допускающие различные способы решений, задания с лишними данными; задания с заведомо неправильными данными; задания межпредметного характера. Мы полагаем, что именно использование данного направления на уроках математики будет способствовать развитию логики и математической интуиции учащихся.

## 2 МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНТУИЦИИ У УЧАЩИХСЯ

### 2.1 Содержание и цели творческих учебных заданий по развитию логики и математической интуиции у учащихся

В современном обществе математическая грамотность становится все более важной для успешной карьеры в различных областях. Хорошо развитая логика и математическая интуиция помогают учащимся успешно решать математические задачи и применять знания в реальной жизни. В связи с этим, разработка методик, направленных на развитие логики и математической интуиции у учащихся, становится все более актуальной задачей [155].

На основе анализа психолого-педагогической литературы, рассмотренной в первой главе п. 1.1, мы пришли к выводу, что система творческих учебных заданий состоит из четырех групп: развивающих, познавательных, ориентационных и практических (рисунок 13).

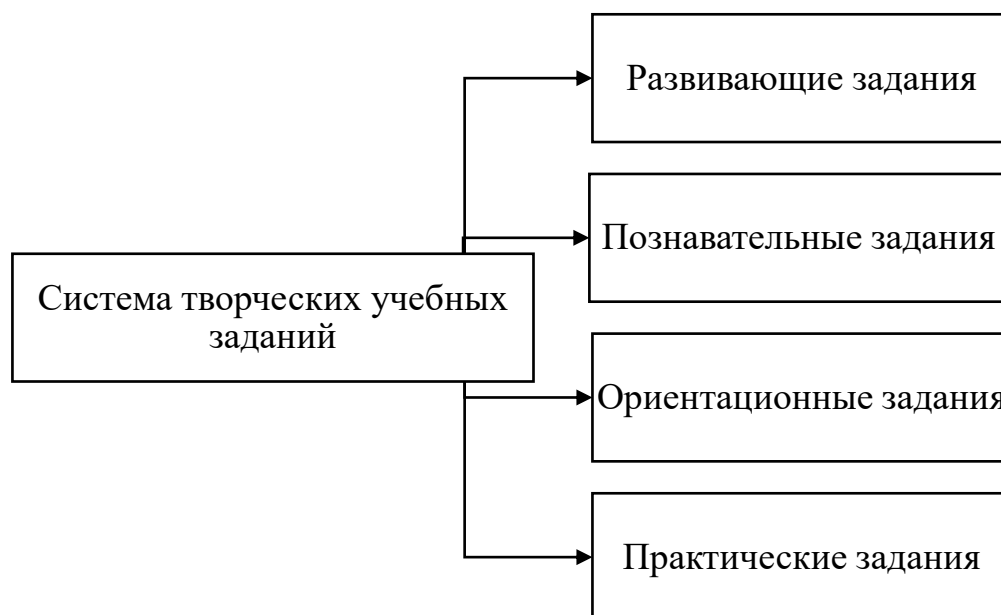


Рисунок 13 - Система творческих учебных заданий

Развивающие задания направлены на развитие творческого мышления, мыслительных способностей и креативных способностей учащихся [156].

Познавательные задания способствуют расширению творческого опыта и изучению новых способов решения математических задач [157].

Ориентационные задания помогают привить устойчивый интерес к изучению математики и творческий подход к учебной деятельности [158].

Практические задания направлены на применение теоретических знаний на практике с использованием творческого подхода к каждой задаче [159].

Реализация предложенной системы творческих учебных заданий может помочь повысить качество знаний учащихся, учитывая их индивидуальные

особенности и давая возможность реализовать их творческий потенциал. Эта методика также может способствовать развитию математической интуиции у учащихся, что является важным фактором для повышения результативности обучения.

В процессе обучения математике творческие учебные задания могут выполнять различные функции в соответствии с выбранным основанием классификации, таким как дидактические цели, выполняемые функции, структура, способы решения и т.д. Одним из оснований классификации являются дидактические цели, включающие стимулирование изучения математики, пропедевтику изучаемых понятий и способов действий, усвоение теоретического материала, тренировку навыков решения задач и развитие интеллекта, мировоззрения и нравственных качеств [160].

Решение творческих учебных заданий требует анализа и обработки информации, поиска закономерностей и логического мышления. В процессе решения таких задач, ученики могут использовать свою интуицию и творческий подход для нахождения решения. Это способствует развитию интеллекта и формированию умения применять логический подход к решению задач.

Исследования показывают, что решение творческих учебных заданий способствует развитию логического мышления и интеллектуальных способностей у учащихся. Решение таких задач может также помочь ученикам развивать критическое мышление и умение анализировать информацию [161].

Авторы Chen, J., & Zhou, Y. провели обзор литературы и анализ результатов исследований и получили следующие идеи:

- решение математических задач и математическое творчество являются двумя важными аспектами математического образования и связаны друг с другом;

- математическое творчество не ограничивается простым решением задач, а включает в себя создание новых математических концепций, методов и теорий;

- решение математических задач может способствовать развитию математического творчества у учащихся, так как оно требует гибкого мышления и нахождения нестандартных решений;

- математическое творчество может способствовать более глубокому и полному пониманию математических концепций и способов их применения;

- для развития математического творчества у учащихся необходимо создавать условия, которые стимулируют их мыслительную активность и творческий потенциал [162].

Таким образом, мы можем сделать вывод, что решение творческих учебных заданий может служить средством развития интуиции и логики у учащихся, что, в свою очередь, способствует развитию их математического творчества.

Moseley, Elliott и Gregson описывают исследование, целью которого было изучение эффективности использования стратегий решения задач для



улучшения умений решения математических задач. Авторы отмечают, что решение математических задач является сложным процессом, требующим использования различных стратегий. Они предлагают использовать следующие стратегии для улучшения умений решения задач: четкое определение цели, понимание условий задачи, построение схемы решения, выбор подходящего математического инструмента, выполнение вычислений и проверка ответа [163].

Мы пришли к выводу, что разнообразие типов творческих учебных заданий, таких как:

1. задания, вопросом которых придан проблемный характер. Проблемный вопрос может начинаться словом «Сколько?», но чаще требуется иная его постановка: «Хватит ли?», «Достаточно ли?», «Поместиться ли?», «Найдите закономерность», «Как рационально выполнить?» и т.п.,

2. задания, допускающие различные способы решения,

3. задания, одинаковые по содержанию, но различные по способу решения,

4. задания с лишними данными,

5. задания с заведомо неправильными данными,

6. задания, выполнение которых предполагает синтез различных видов деятельности,

7. задания межпредметного характера,

8. прикладные и исследовательские задания,

благоприятно воздействует на развитие логического мышления и интуиции у учащихся. Каждый вид заданий способствует формированию определенных умений. Чередование таких заданий с традиционными, направленными на закрепление знаний, и вовлечение учеников в создание подобных заданий могут дополнительно способствовать развитию их логического мышления и интуиции.

Хотелось бы отметить тот факт, что учащиеся смогут научиться решать задания, включая творческие, только если они заинтересованы в их решении и считают их содержательными и интересными.

Основной целью творческих учебных заданий - заинтересовать учащихся их содержанием, поиском и способом решения.

1. Для успешного решения творческих учебных заданий необходимо, чтобы учащиеся проявляли интерес к их решению и были готовы использовать свои способности для поиска решений. В таком случае учитель должен помочь ученику развить умение думать и догадываться, знание фактического материала, общие подходы к решению задач и опыт в решении творческих учебных заданий [164].

2. Важно не давать ученику готовые решения или указывать на конкретные теоремы, которые нужно применить при решении заданий. При анализе решения задания полезно сравнивать ее с ранее решенными заданиями и искать возможность ее обобщения [165].

3. Решение задач не следует рассматривать как самоцель, а скорее как инструмент обучения. Обсуждение найденных решений, поиск альтернативных методов и выявление условий для использования различных приемов помогают ученикам учиться, исходя из задач. Это также способствует расширению знаний об уникальных математических фактах, освоению новых методов и формированию навыков для самостоятельного и творческого применения полученных знаний [166].

4. На уроках математики нужно использовать задания, которые помогают ученикам последовательно выполнять действия, развивая их логику и интуицию. В задаче должны быть включены требования, которые направляют учеников на выдвижение предположений и проведение рассуждений по аналогии [167].

5. Ученикам рекомендуется доказывать утверждения, выделять ключевую информацию, составлять задачи и переформулировать данные. Эти стратегии эффективно применяются в задачах с комбинированными требованиями, где требуется использовать как логику, так и интуицию. Такие задачи содержат взаимосвязанные условия, результат выполнения одного из них может влиять на последующие шаги. Имея динамичную структуру, эти задачи могут быть дополнены новыми требованиями после решения, что позволяет учащимся создавать и решать новые задачи в процессе анализа предыдущих решений [168].

6. Для развития логического мышления и интуиции учащихся можно использовать задания, которые не ограничивают выполнение конкретных учебных действий. Такие задачи требуют от учащихся анализировать условия задачи, формулировать предположения, обосновывать их и интуитивно руководствоваться при выполнении действий.

7. Задания с пропусками, такие как задачи с недостаточными данными, без требований или с пропусками в решении, могут быть эффективным инструментом для такого обучения. Учитель может предоставлять только условие задачи или условие с элементами требования, чтобы учащиеся сами определяли математические объекты и связи между элементами задачи. Когда учащиеся приобретут достаточный опыт, им можно предоставлять только условие задачи для творческого решения [169].

8. Решение заданий, включающих пропуски и комбинированные требования, представляет собой эффективный метод развития разнообразных умений и качеств у учащихся. Среди этих навыков - сравнение, обобщение, выводы, формулирование и проверка гипотез, логическое и творческое мышление, а также внимательность, аккуратность и уважение к мнению других. В процессе работы над творческими учебными заданиями ученики активно взаимодействуют друг с другом и с преподавателем, что способствует формированию у них учебных, когнитивных, личностных и коммуникативных навыков [170].

Для развития логики и математической интуиции у учащихся нами был разработан комплекс творческих учебных заданий по четырем разделам

математики «Числа», «Алгебра», «Геометрия», «Статистика», направленный на развитие логики и математической интуиции у учащихся и создано электронно-методическое пособие «Творческие учебные задания по развитию математической интуиции и логики у учащихся» (рисунок 14).



Рисунок 14 - Титульный лист электронного учебника

Данная программа представляет собой инновационный метод обучения математике, основанный на использовании интерактивных заданий, способствующих формированию творческого мышления и развитию интуиции и логики учащихся [171].

Особенности электронного учебника включают в себя:

- наличие интерактивных заданий, способствующих формированию творческого мышления у учащихся, которые могут решать в онлайн-режиме;
- возможность индивидуальной работы учащихся с учебником, что позволяет каждому ученику работать в своем темпе и на своем уровне;
- разнообразие математических задач и примеров по разделам математики, что позволяет учащимся лучше понимать материал и развивать свои математические навыки;
- возможность мгновенной проверки заданий и получения обратной связи, что позволяет учащимся лучше понимать свои ошибки и исправлять их в процессе обучения.

Критерии отбора задач для развития математической интуиции у учащихся могут быть различными в зависимости от целей и методик преподавания. При отборе творческих учебных заданий для электронного учебного пособия мы придерживались следующих критериев:

1. Сложность задачи: задачи должны быть достаточно сложными, чтобы вызвать у учащихся затруднения в решении, но при этом не настолько сложными, чтобы они не могли быть решены.

2. Абстрактность задачи: задачи должны иметь высокую степень абстрактности, чтобы требовать от учеников анализа и выведения общих закономерностей.

3. Связь с реальными примерами: задачи должны быть связаны с реальными примерами, чтобы помочь ученикам понять, как математические концепции и принципы могут быть применены в реальной жизни.

4. Подходящие стратегии решения: задачи должны быть выбраны таким образом, чтобы помочь учащимся развить различные стратегии решения, включая использование интуиции.

5. Разнообразие математических областей: задачи должны представлять различные области математики, чтобы помочь учащимся развить их понимание и компетенции в разных областях.

6. Возможность для самоконтроля: задачи должны иметь возможность для самоконтроля и обратной связи, чтобы ученики могли оценить свой прогресс и корректировать свои ошибки [172].

В методике обучения математике существуют две противоположные точки зрения относительно творческих учебных заданий. Одни считают, что ученик не способен самостоятельно поставить перед собой проблему и поэтому достаточно, чтобы он решал готовые задачи, предложенные учителем. Другие же полагают, что обучение математике в школе должно быть построено так, чтобы ученики могли постепенно, шаг за шагом, делать свои открытия и подниматься к более высоким уровням обобщения. Для этого можно создавать творческие учебные задания, которые содержат различные элементы творчества и помогают ученикам развивать свой ум в процессе выполнения задания. Как правило, любой раздел математики можно преподнести в виде серии маленьких открытий, что позволит ученикам постепенно развиваться и приобретать навыки решения более сложных задач [173].

В математическом образовании учителю недостаточно только научить решать задачи. Важнее убедиться, что учащиеся могут создавать эффективные и действенные идеи для решения математических задач. Чтобы учащиеся могли создавать такие идеи или понятия, необходимо улучшить интуитивные навыки решения математических задач.

Интуиция, которую используют учащиеся при решении математических задач называется «математической интуицией», то есть это термин, который используется для понимания математических фактов, операций и принципов.

Целью творческих учебных задач является развитие творческого мышления учащихся, а также формирование их мировоззрения; возможность углубленного изучения основного курса путем рассмотрения задач, требующих нестандартного подхода к их решению [174].

В пункте 1.2 нами были определены дидактические условия развития логики и математической интуиции у учащихся. Развитие логики и математической интуиции у учащихся 7-8 классов требует комплексного

подхода, включающего систематическое разделение учебного материала на смысловые элементы, акцент на самостоятельной работе и творческом мышлении, а также осознанное использование интуитивных процессов. Понимание и учет особенностей интуитивного мышления в контексте математики помогают эффективно развивать у учащихся навыки анализа, решения проблем и критического мышления, что важно для их обучения и успешного развития как личностей.

Исходя из этого, мы создали творческие учебные задания, которые послужат достижению этой цели. Систематические упражнения в решении таких задач помогут обеспечить эффективность полученных учащимися знаний по математике, развить их творческое мышление и интерес к предмету. Для эффективного развития творческих способностей учащихся необходимо использовать не просто случайный набор творческих задач, а тщательно протестированную и структурированную систему - упорядоченный набор заданий и упражнений, разработанных для обучения и развития учащихся в конкретной области знаний, в данном случае в математике. Система учебных заданий обычно включает разнообразные типы задач, постепенно усложняющиеся и предоставляющие возможность применения различных математических навыков.

Мы выделили следующие дидактические условия, которым должна отвечать система творческих учебных заданий:

1. Целевая направленность: Задания должны быть направлены на достижение конкретных учебных целей и задач, а также способствовать развитию определенных компетенций у обучающихся.

2. Адаптированность: Задания должны быть адаптированы к уровню знаний, возрасту и способностям учащихся, чтобы обеспечить оптимальный уровень сложности и достижимость целей обучения.

3. Разнообразие типов заданий: Система должна включать различные типы заданий, такие как практические, теоретические, творческие, аналитические и др., чтобы обеспечить разнообразие методов обучения и оценки.

4. Структурированность: Задания должны быть структурированы и последовательно организованы, чтобы обеспечить логическое и последовательное развитие учебного материала и навыков [175].

Примеры творческих учебных заданий включают:

a) Формулирование утверждения и его доказательство несколькими способами;

b) Выявление типа связи между математическими объектами;

c) Составление и доказательство обратной теоремы;

d) Извлечение следствий из основной теоремы;

e) Обоснование необходимости дополнительных построений при доказательстве;

f) Обобщение и формулирование условий более общей задачи.

Эти примеры задач отражают этапы постепенного усложнения задач и исследовательских заданий, направленных на развитие логики и математической интуиции у учащихся [140, с. 25].

Учебная программа по математике в средней школе, согласно Государственному общеобязательному стандарту среднего образования в Республике Казахстан, выделяет ряд ключевых задач. Эти задачи направлены на формирование и развитие математических знаний, умений и навыков учащихся в различных разделах математики. Программа также ставит целью содействовать применению математического языка и законов для решения задач в различных ситуациях. Она направлена на формирование навыков применения математических методов в решении задач в различных областях знаний и практической деятельности. Кроме того, программа ориентирована на развитие личностных качеств учащихся, включая независимость, ответственность и толерантность [176].

## **2.2 Методика развития логики и математической интуиции у учащихся**

Рассмотрим возможные пути развития логики и математической интуиции у учащихся на уроках математики:

1. Использование различных видов творческих учебных заданий на уроках математики может значительно способствовать развитию математической интуиции и логики у учащихся [57, с. 230].

Некоторые виды заданий, которые могут использоваться на уроках математики:

а) Задания на логическое мышление. Это могут быть задания, в которых необходимо использовать различные виды логических связей, например задачи на построение логических цепочек, задачи на определение логической связи между предложениями и т.д.

б) Задания с нестандартными условиями. Такие задания могут требовать нестандартного подхода к их решению, что позволяет развивать у учащихся творческое мышление и математическую интуицию.

в) Задания на поиск закономерностей. В таких заданиях учащимся предлагается ряд чисел или геометрических фигур, и необходимо найти закономерность, которая связывает эти объекты.

г) Задания на построение и доказательство математических теорем. Эти задания требуют применения формальной логики и математических знаний, что помогает развивать у учащихся логическое мышление и математическую интуицию [177].

д) Задания на анализ и интерпретацию данных. В таких заданиях учащимся предлагается анализировать статистические данные или данные из реальной жизни, что помогает развивать у них математическую интуицию и способность к анализу информации [178].

е) Задания на моделирование. В таких заданиях учащимся предлагается создавать математические модели реальных процессов или

явлений, что помогает развивать у них математическую интуицию и понимание математических концепций на практике.

2. Применение игр и игровых ситуаций в обучении математике. Это может быть как математические игры, так и игры с элементами математики, которые помогут развить у учащихся математическую интуицию и логику.

Применение игр и игровых ситуаций на уроках математики может быть очень эффективным способом развития математической интуиции и логики у учащихся. Некоторые примеры таких игр и игровых ситуаций могут включать:

а) Математические головоломки и кроссворды. Эти игры помогают развивать у учащихся логическое мышление, способность к абстрактному мышлению и понимание математических концепций.

б) Математические настольные игры. Например, игры с использованием карточек, шахматы, домино и т.д. Эти игры помогают развивать у учащихся такие навыки, как планирование, принятие решений, расчет вероятностей и т.д.

в) Игры с использованием алгоритмов. Например, игры, в которых учащиеся должны выполнить ряд действий в определенном порядке, чтобы достичь конечной цели. Эти игры помогают развивать у учащихся навыки логического мышления, понимание последовательности действий и алгоритмического подхода к решению задач.

г) Ролевые игры. Например, игры, в которых учащиеся играют роли различных математических объектов, таких как геометрические фигуры, числа и т.д. Эти игры помогают учащимся лучше понимать математические концепции и развивать математическую интуицию [179].

е) Применение игр и игровых ситуаций на уроках математики также может улучшить мотивацию учащихся к изучению математики, так как игры могут быть более интересными и увлекательными, чем обычные задачи и упражнения с использованием творческих учебных заданий в следующих видах:

3. Работа с моделями и конкретными примерами. Это поможет учащимся лучше понять математические концепции и увидеть, как они применяются на практике.

Работа с моделями и конкретными примерами – еще один эффективный путь развития математической интуиции и логики у учащихся на уроках математики. Этот подход позволяет учащимся увидеть математические концепции в действии и понять их реальное применение [180].

Чтобы определить уровень сформированности и развития математической интуиции нами были выработаны следующие *критерии*:

1. Гибкость интуитивного мышления;

Этот критерий оценивает способность ученика адаптироваться к различным ситуациям и быстро менять свой подход или стратегию в зависимости от изменяющихся условий. Гибкость мышления позволяет рассматривать проблемы с разных точек зрения и искать разнообразные пути их решения [181].

2. Интуитивное понимание учебного материала;

Этот критерий оценивает способность ученика понимать математический материал без необходимости строгого логического анализа или детального объяснения. Интуитивное понимание позволяет ученику постигать суть математических концепций на интуитивном уровне [182].

3. Способность и креативность интуитивного мышления;

Этот критерий оценивает не только способность ученика к гибкости мышления, но и его способность к творческому подходу в решении задач. Креативность в интуитивном мышлении подразумевает способность приходить к нестандартным решениям и использовать новые идеи [183].

4. Самоуверенность в собственных взглядах;

Этот критерий оценивает уверенность ученика в своих интуитивных выводах и решениях. Самоуверенность в данном контексте означает уверенность в правильности своего интуитивного мышления и способности применять его к различным ситуациям [184].

5. Способность к саморегуляции;

Этот критерий оценивает способность ученика контролировать свое интуитивное мышление и регулировать его в зависимости от ситуации. Саморегуляция позволяет ученику осознавать свои мыслительные процессы и принимать осознанные решения [185].

6. Адаптация к решению новых задач.

Этот критерий оценивает способность ученика успешно применять свое интуитивное мышление к решению новых и нестандартных задач. Адаптация в данном контексте означает способность быстро адаптироваться к новым условиям и находить эффективные решения [186].

Исходя из вышеперечисленных критериев для оценки уровня сформированности и развития математической интуиции, можно сделать общий вывод о важности разностороннего подхода к оценке этого навыка.

Математическая интуиция представляет собой неотъемлемую часть математического мышления, которая позволяет ученику принимать быстрые и эффективные решения на основе интуитивных предположений и логических выводов. При этом оценка развития интуиции требует учета не только гибкости мышления и способности к интуитивному пониманию материала, но и креативности в решении задач, самоуверенности в принятых решениях, а также способности к саморегуляции и адаптации к новым задачам.

Таким образом, эффективная оценка математической интуиции должна учитывать разнообразные аспекты этого навыка, отражающие его разнообразие и многогранность. Только такой подход позволит достоверно оценить уровень сформированности и развития математической интуиции у ученика [187].

Теперь рассмотрим различные виды творческих учебных заданий и методику их решения.



## 1. Задания, вопросам которых придан проблемный характер.

**Задание 1.** Хватит ли длины веревки, чтобы обернуть ее вокруг прямоугольного поля с длиной 20 метров и шириной 15 метров?

Логика: Периметр прямоугольного поля составляет 70 метров ( $2 \cdot (20 + 15)$ ). Таким образом, если веревка имеет длину 70 метров или больше, ее хватит, чтобы обернуть поле.

Интуиция: Представьте, как веревка охватывает поле, чтобы убедиться, что она действительно покрывает весь периметр.

**Задание 2.** Достаточно ли 50 кг семян, чтобы засеять поле размером 500 квадратных метров, если на 1 квадратный метр требуется 100 граммов семян?

Логика: Для засева 500 квадратных метров потребуется 50 000 граммов семян ( $500 \cdot 100$ ), что эквивалентно 50 килограммам. Таким образом, 50 кг семян достаточно для засева этого поля.

Интуиция: Представьте поле и количество семян, необходимое для его засева, чтобы подтвердить расчеты.

**Задание 3.** Поместятся ли все книги на полке длиной 1,5 метра, если каждая книга занимает 4 см, а у вас 40 книг?

Логика: Общая длина всех книг составляет 160 см ( $40 \text{ книг} \cdot 4 \text{ см}$ ). Полка длиной 1,5 метра (150 см) не сможет вместить все книги, так как 160 см больше 150 см.

Интуиция: Представьте книги на полке, чтобы визуально оценить, что все они не поместятся.

**Задание 4.** Найдите закономерность в последовательности чисел: 3, 9, 27, 81, ...

Логика: Каждое следующее число в последовательности умножается на 3. Это дает нам закономерность:  $3 \cdot 3 = 9$ ,  $9 \cdot 3 = 27$ ,  $27 \cdot 3 = 81$ .

Интуиция: Распознайте повторяющийся паттерн умножения чисел на 3.

**Задание 5.** Как рационально выполнить покупку продуктов на сумму 5000 тенге, если на овощи нужно потратить не менее 2000 тенге, а на фрукты не менее 1500 тенге?

Логика: Учитывая, что на овощи нужно потратить минимум 200 рублей, а на фрукты минимум 150 рублей, остается 150 рублей для распределения между другими продуктами или увеличения суммы на овощи и фрукты. Таким образом, рациональное распределение суммы должно учитывать эти минимальные требования.

Интуиция: Оцените цены на овощи и фрукты и выберите продукты, которые наилучшим образом соответствуют бюджету.

**Задание 6.** Хватит ли объема коробки с размерами 30 см x 20 см x 15 см, чтобы поместить в нее 100 кубиков с ребром 2 см?

Логика: Объем коробки составляет 9000 кубических сантиметров ( $30 \cdot 20 \cdot 15$ ), а общий объем 100 кубиков с ребром 2 см составляет 800 кубических сантиметров ( $100 \cdot 2^3$ ). Поскольку 800 кубических сантиметров

значительно меньше 9000 кубических сантиметров, объем коробки достаточен для размещения всех кубиков.

Интуиция: Представьте кубики, сложенные в коробку, чтобы убедиться, что они действительно поместятся.

**Задание 7.** Достаточно ли одного литра краски, чтобы покрасить забор площадью 10 квадратных метров, если один литр краски покрывает 8 квадратных метров?

Логика: Один литр краски покрывает только 8 квадратных метров, что меньше необходимой площади 10 квадратных метров. Следовательно, одного литра краски недостаточно.

Интуиция: Представьте, насколько много краски требуется для покраски забора, чтобы визуально оценить нехватку краски.

**Задание 8.** Поместятся ли все ученики в аудитории, если в классе 32 ученика, а в аудитории 8 рядов по 4 места в каждом?

Логика: В аудитории 32 места (8 рядов \* 4 места). Поскольку количество мест равно количеству учеников, все ученики поместятся в аудитории.

Интуиция: Представьте учеников, сидящих в аудитории, чтобы убедиться, что места достаточно.

**Задание 9.** Найдите закономерность в ряду: 2, 5, 10, 17, 26, ...

Логика: Разница между числами увеличивается на 2: 3, 5, 7, 9. Следовательно, закономерность заключается в увеличении разности между числами на 2.

Интуиция: Распознайте увеличивающийся паттерн между числами, чтобы выявить закономерность.

**Задание 10.** Как рационально выполнить разбиение 36 учеников на группы по 4 человека, чтобы каждая группа могла участвовать в конкурсе отдельно?

Логика: 36 учеников можно разделить на 9 групп по 4 человека ( $36:4 = 9$ ). Таким образом, каждая группа сможет участвовать в конкурсе отдельно.

Интуиция: Представьте процесс разделения учеников на группы, чтобы убедиться, что каждая группа будет полноценно участвовать.

Такие задания способствуют развитию логики и интуиции у учащихся следующим образом, так как они требуют выполнения математических вычислений, что способствует развитию навыков анализа и структурирования информации; учащиеся учатся определять последовательность действий, необходимых для решения задачи, что развивает их способность к пошаговому планированию. А также задания часто включают сравнения, преобразования и сопоставления данных, что помогает учащимся научиться логически обосновывать свои выводы [188].

Задания побуждают учащихся представлять ситуации и визуализировать решения, что развивает их пространственное мышление. Учащиеся учатся распознавать закономерности, что укрепляет их способность к интуитивному восприятию информации. Задания, требующие оценки и принятия решений на

основе неполной информации, помогают учащимся развивать интуитивные навыки принятия решений [189].

Поэтому включение таких заданий в учебный процесс способствует всестороннему развитию учащихся. Логический подход помогает структурировать информацию и вырабатывать рациональные решения, что является фундаментом для понимания сложных концепций. Интуитивный подход, в свою очередь, позволяет учащимся быстро оценивать ситуации и находить творческие пути решения проблем. Баланс между логикой и интуицией формирует гибкость мышления, необходимую для успешной адаптации в различных жизненных ситуациях, что в конечном итоге способствует их всестороннему развитию и подготовке к вызовам быстро меняющегося мира.

## **2. Задания, требующие от учеников использование логических принципов и рассуждений.**

**Задание 1.** В классе 30 учеников. Известно, что у каждого ученика либо карандаш, либо ручка, либо маркер. Количество учеников, у которых есть только карандаш, равно количеству учеников, у которых есть только ручка, и равно половине количества учеников, у которых есть только маркер. Сколько учеников имеют все три предмета? [190].

Это задание требует от учеников использования логических принципов и рассуждений, таких как дедукция и обобщение, а также создания гипотез и предположений для нахождения решения. Также оно содержит неоднозначность и нестандартность, поскольку требуется выявить связь между количеством учеников и наличием различных предметов и сделать вывод о том, сколько учеников имеют все три предмета.

**Задание 2.** Есть 5 домов, расположенных в линию. В каждом доме живет человек с разным именем. У каждого из них есть питомец: собака, кошка, рыбка, хомяк и птица. Известно, что:

- Человек, живущий во втором доме, держит кошку.
- Живущий в третьем доме — мужчина.
- У жителя четвертого дома есть собака.
- Человек, живущий в первом доме, держит птицу.
- Живущий в пятом доме держит рыбку.

Вопросы:

1. Какое имя у жителя, который держит хомяка?
2. Какое животное держит житель второго дома?

Это задание требует от учеников логически мыслить, анализировать информацию и создавать предположения на основе доступных данных. Кроме того, оно неоднозначно и содержит несколько возможных путей решения, что может способствовать развитию интуиции.

## **3. Задания, требующие от ученика создавать гипотезу о закономерности и использовать логические рассуждения.**

**Задание 3.** Рассмотрим последовательность чисел: 2, 4, 8, 16, 32, ... Какое число будет следующим в этой последовательности?

Это задание требует от ученика создать гипотезу о закономерности, по которой строится данная последовательность чисел, и использовать логические рассуждения, чтобы найти следующее число. Кроме того, задание требует от ученика абстрактного мышления и использования математических операций, таких как умножение и возведение в степень. Оно также содержит несколько возможных решений, так как можно найти закономерность как произведение на 2, так и как возведение в степень 2 [191].

#### **4. Задания, требующие от ученика анализа, оценки и сравнения различных вариантов.**

**Задание 4.** Есть 8 монет, одна из которых фальшивая и отличается по весу от остальных. Используя весы без гирь, можно сделать не более 3 взвешиваний. Как узнать, какая монета фальшивая?»

Данное задание соответствует критериям отбора заданий на развитие интуиции и логики, поскольку:

1. Содержит неоднозначность и нестандартность – задача не имеет однозначного решения, и возможны несколько путей к ее решению.

2. Требует создания гипотез и предположений – ученик должен создать гипотезу о том, какие монеты следует взвесить в каждом из 3 взвешиваний.

3. Использует логические принципы и рассуждения – решение задачи требует использования принципа исключения вариантов, чтобы постепенно сужать количество возможных вариантов.

4. Оригинальность и новизна – задание не является типовым и не совпадает с типичными примерами.

5. Развивает креативность – ученики могут придумывать свои варианты решения задачи.

6. Развивает общие навыки – решение задачи требует анализа, оценки и сравнения различных вариантов [192].

Общее решение задачи можно найти, например, с помощью метода «взвешивания на половинах» – при каждом взвешивании монеты делятся на 3 группы и сравниваются две из них. Таким образом, можно исключить определенные группы монет и выявить фальшивую монету.

#### **5. Задания, способствующие развитию креативности и имеющие несколько возможных путей и методов.**

**Задание 5.** В линейном уравнении  $y = 2x + 3$ , замените  $(x)$  на  $(-x)$  и  $(y)$  на  $(-y)$ . Как изменится уравнение и почему?

Данное задание требует от учеников применить логические принципы и обобщения, а также использовать алгебраические операции и знания о знаках. Также оно способствует развитию креативности, так как решение может иметь несколько возможных путей и методов. Неоднозначность задания заключается в том, что оно может вызвать различные ответы у учеников, что в свою очередь побуждает их к анализу и синтезу новых идей и решений.

**6. Задания, требующие от ученика создание гипотез и предположений, а также использование логических рассуждений, приводящих к правильному ответу.**

**Задание 6.** На шахматной доске размером 8x8 расставлены фигуры: король, ферзь, ладья, слон и два коня. Можно ли на доске расставить еще одну ладью так, чтобы каждая фигура не находилась под боем другой фигуры? [193].

Это задание требует не только знаний правил игры в шахматы, но и логического и интуитивного мышления. Ученик должен определить возможные позиции для ладьи и выявить, как они могут повлиять на другие фигуры. Задание также требует от ученика создания гипотез и предположений, а также использования логических рассуждений, чтобы прийти к правильному ответу.

Кроме того, это задание является оригинальным и нестандартным, поскольку требуется наложение ограничений на расположение фигур на доске, что делает его более интересным и вызывает ученический интерес.

**Задание 7.** Рассмотрим текстовую задачу, которая может быть предложена ученикам 7 класса средней школы: «Одна труба наполняет бассейн за 15 минут, другая – за 20, а третья – за 30 минут. За какое время наполнят бассейн эти 3 трубы, работая одновременно?» [194].

Решение: обозначим объем бассейна за  $a$ , тогда скорость потока через первую трубу равна  $\frac{a}{15}$  литрам в минуту. Поскольку  $V = g \cdot t$ , то количество воды, протекшей за  $t$  минут через первую трубу будет равно  $\frac{a}{15} * t$  литрам.

Если три трубы при одновременной работе наполняют бассейн за  $t$  минут, то количество воды в нем можно выразить двумя способами

$$\frac{a}{15}t + \frac{a}{20}t + \frac{a}{30}t = a.$$

Левая часть равенства показывает долю, внесенную каждой трубой в отдельности, правая – суммарный результат действия всех трех труб. Деля обе части уравнения на  $a$ , получаем следующее уравнение:

$$\frac{t}{15} + \frac{t}{20} + \frac{t}{30} = 1.$$

Из данного уравнения можно определить искомое  $t$ .

$$\begin{aligned} 4t + 3t + 2t &= 60 \\ 9t &= 60 \end{aligned}$$

$$t = \frac{60}{9} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3} = 6 \text{ минут } 40 \text{ секунд.}$$

**Задание 8.** Кусок проволоки длиной 102 см нужно разрезать на части длиной 15 см и 12 см так, чтобы была использована вся проволока. Как это сделать?

Решение: Пусть  $x$  – число частей проволоки длиной 15 см,  $y$  – число частей проволоки длиной 12 см. имеем уравнение  $15x+12y=102$ , или  $5x+4y=32$ , откуда

$$x = \frac{32-4y}{5} = 6 + \frac{4-4y}{5} = 6 + \frac{4(1-y)}{5}.$$

Имеем

$$y_1 = 1, x_1 = 6.$$

$$y_2 = 6, x_2 = 2.$$

Следовательно, задача имеет два решения:

$$1) 102 = 15 \cdot 6 + 12 \cdot 1$$

$$2) 102 = 15 \cdot 2 + 12 \cdot 6.$$

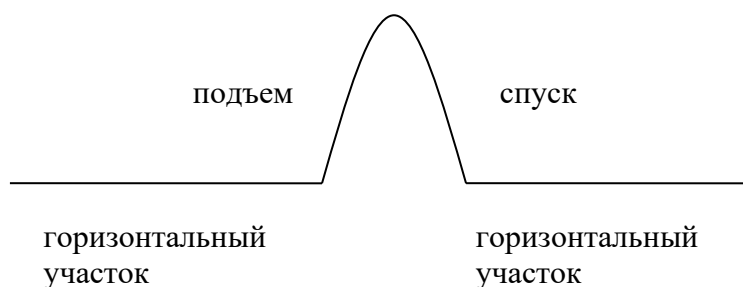
Решение задач может быть не единственным, и ученик может использовать творческие подходы и оригинальные методы для решения математических задач. В математическом курсе встречаются задачи, которые могут быть поставлены как правильно, так и неправильно, поэтому перед началом решения важно определить, имеются ли достаточные условия для получения ответа. Также полезно искать аналогии с другими задачами, чтобы лучше понять суть и способы решения.

### 7. Задания с недостающими данными.

**Задание 9.** Некто гулял 5 часов – сначала он шел по горизонтальной дороге, затем поднялся в гору и, наконец, по старому маршруту возвратился назад в исходный пункт. Скорость гулящего была 4 км/ч на горизонтальном участке пути, 3 км/ч – при подъеме в гору и 6 км/ч – при спуске с горы. Найти пройденное этим лицом расстояние [195].

Проведя анализ задачи, возникают вопросы о ее точности и полноте предоставленных данных для определения неизвестных параметров. На первый взгляд кажется, что информации недостаточно, особенно относительно протяженности наклонного участка пути. Если бы имелись данные о времени, затраченном на подъем и спуск, решение задачи было бы более простым. В отсутствие такой дополнительной информации возникает ощущение, что задачу может быть сложно разрешить.

Тем не менее, давайте все-таки попытаемся решить данную задачу. Для этого предположим, что  $x$  – это пройденное в оба конца расстояние, а  $y$  – длина наклонного участка. Для наглядности можем разделить пройденное расстояние на 4 части и создать соответствующий чертеж.



Теперь выразим время, затраченное на ходьбу в оба конца:

$$\frac{\frac{x}{y} - y}{4} + \frac{y}{3} + \frac{y}{6} + \frac{\frac{x}{y} - y}{4} = 5.$$

Из этой попытки становится ясно, что у нас имеется всего одно уравнение, однако в нем содержится две неизвестные. Очевидно, что это недостаточно для достижения решения. Давайте попробуем упростить выражение, объединив однородные члены. Как результат, коэффициенты при переменной ( $y$ ) оказываются равными нулю, и остается лишь одно уравнение.

$$\frac{x}{4} = 5 \Rightarrow x = 20.$$

Далее становится ясно, что у нас было достаточно данных для определения значения ( $x$ ), и первоначальное предположение о недостаточности данных оказалось ошибочным. Это подчеркивает важность того, что в процессе обучения математике учащиеся могут развить не только правильную интуицию, но и ошибочные представления. Поэтому учителям стоит иметь в виду, что развитие навыков корректной предварительной оценки ситуации важно как при решении текстовых задач, так и при работе с чисто математическими заданиями.

**Задание 10.** Равны ли друг другу числа  $\sqrt{3} + \sqrt{11}$  и  $\sqrt{5} + \sqrt{8}$ ? Если нет, то какое из них больше?

Из двух предложенных нам чисел либо одно равно другому, либо первое больше второго, либо второе больше первого. Существуют три возможных отношения между этими числами, которые выражаются знаками "=", "<" и ">", но только одно из них соответствует действительности

$$\sqrt{3} + \sqrt{11} \quad ? \quad \sqrt{5} + \sqrt{8}.$$

Сначала можно, например, возвести оба числа в квадрат; при этом соотношение между левой и правой частями сохранится:

$$3 + 2\sqrt{33} + 11 \quad ? \quad 5 + 2\sqrt{40} + 8.$$

Следствием данной операции было сокращение числа квадратных корней: изначально их было четыре, и теперь осталось лишь два. Постепенно мы продолжим избавляться от остальных корней, и в конечном итоге сможем определить, какое из трех возможных соотношений будет представлено знаком "вопроса". Продвигаясь дальше, наши преобразования приведут нас к следующему результату:

$$\begin{aligned} 1 + 2\sqrt{33} \quad ? \quad 2\sqrt{40} \\ 1 + 4\sqrt{33} + 132 \quad ? \quad 160, \\ 4\sqrt{33} \quad ? \quad 27, \\ 528 \quad ? \quad 729. \end{aligned}$$

После данных преобразований, мы узнали, какое из чисел больше, и можем установить, что

$$\sqrt{3} + \sqrt{11} < \sqrt{5} + \sqrt{8}.$$

Данный пример наглядно демонстрирует, что хорошо продуманный план позволяет быстрее прийти к верному решению.

#### **8. Задания, требующие знание способа группировки.**

**Задание 11.** Разложите на множители многочлен  $a^5 - a^2 - a - 1$

Решение: 
$$\begin{aligned} a^5 - a^2 - a - 1 &= (a^5 - a) - (a^2 + 1) = a(a^4 - 1) - (a^2 + 1) = \\ &a(a^2 + 1)(a^2 - 1) - (a^2 + 1) = (a^2 + 1)(a^3 - a - 1). \end{aligned}$$

Для решения данного задания потребовалось знание способа группировки. Но как правильно применить этот способ в данном задании, какие одночлены сгруппировать, в этом помогла нам математическая интуиция [196].

#### **9. Задания на связь аналогии и интуиции в математике.**

Связь аналогии и интуиции в математике связана с тем, что аналогия может быть использована как инструмент для развития математической интуиции. В частности, аналогия может помочь ученикам перенести знания, полученные из одной области математики, на другую область, где они могут быть применены.

Например, при изучении функций ученики могут столкнуться с понятием линейности. После того, как они освоят этот концепт, учитель может использовать аналогию, чтобы помочь им понять, что линейность может быть применена не только к функциям, но и к другим математическим объектам, например, к графикам и системам уравнений.

Примером использования аналогий в математике может служить сравнение действий над числами с действиями над предметами в реальном мире. Например, сложение двух чисел можно представить как объединение двух групп предметов в одну группу, а вычитание – как удаление предметов



из группы. Таким образом, использование аналогии помогает учащимся лучше понимать, что происходит при выполнении арифметических операций [197].

Рассмотрим еще несколько заданий, в которых прослеживается связь между аналогией и математической интуицией:

**Задание 12.** Задача об арифметической последовательности:

Рассмотрим арифметическую последовательность: 2, 5, 8, 11, 14, ... Найдите следующий член этой последовательности и объясните, как аналогия с обычной шкалой и интуиция о числовых шагах могут помочь вам найти ответ. Известно, что разность между соседними членами последовательности составляет 3. Это подобно шкале, где каждый шаг на единицу увеличивает значение. Следовательно, следующий член будет  $14 + 3 = 17$ .

**Задание 13.** Задача о геометрической прогрессии:

Если вам дано, что первый член геометрической прогрессии равен 3, а их произведение 48, как вы можете использовать аналогию с увеличивающимися размерами и интуицию о пропорциях, чтобы найти общий знаменатель? Если первый член равен 3, а произведение равно 48, мы можем предположить, что общий знаменатель равен  $3 * 48 = 144$ . Аналогично увеличивающимся размерам в геометрической прогрессии, мы видим, что каждый следующий член увеличивается в 3 раза. Таким образом, последовательность будет: 3, 9, 27, 81, ...

**Задание 14.** Задача о решении уравнений:

Пусть дано уравнение:  $2x + 5 = 11$ . Как аналогия с балансом и интуиция о том, как вычитание и деление влияют на уравнения, могут помочь вам определить значение  $x$ ? Чтобы найти значение  $x$  в уравнении  $2x + 5 = 11$ , мы можем провести аналогию с балансом: если к 5 прибавить 6 (чтобы достичь 11), то мы также должны прибавить 6 к  $2x$ . Это приводит к  $2x = 6$ , и, разделив обе стороны на 2, получаем  $x = 3$ .

**Задание 15.** Задача о графиках функций:

Рассмотрим график функции  $y = x^2$ . Как аналогия с отражением относительно оси  $x$  и интуиция о том, как меняется форма графика, если изменить коэффициенты, помогут вам нарисовать график функции  $y = -2x^2$ ? График функции  $y = x^2$  - это парабола, открывающаяся вверх с вершиной в начале координат. Аналогично, если коэффициент " $a$ " перед  $x^2$  отрицателен, график будет отражен относительно оси  $x$  и открываться вниз. Таким образом, график функции  $y = -2x^2$  будет параболой, открывающейся вниз и имеющей коэффициент сжатия в 2 раза.

**Задание 16.** Задача о вероятности:

Представьте, что у вас есть корзина с 10 красными и 5 синими мячами. Как аналогия с выбором из множества и интуиция о вероятности может помочь вам определить вероятность того, что вы выберете красный мяч наугад? Всего в корзине 15 мячей. Вероятность выбора красного мяча составит отношение числа красных мячей (10) к общему числу мячей (15):  $P(\text{красный}) = 10/15 = 2/3$ . Можно рассматривать эту вероятность как аналогию

с тем, что вероятность выбора определенного события определяется отношением "успешных" исходов к общему числу возможных исходов.

Во всех этих задачах аналогия и интуиция играют важную роль в развитии математического мышления и понимания различных концепций [198].

Связь между аналогией и интуицией в решении математических задач заключается в использовании аналогических ситуаций или аналогий из реального мира для лучшего понимания и разрешения математических проблем. Эти аналогии могут вызывать интуитивное понимание, что облегчает процесс решения задач.

В задаче 12 об арифметической последовательности, аналогия с шкалой помогает интуитивно понять, как изменяются члены последовательности.

В задаче 13 о геометрической прогрессии, аналогия с увеличивающимися размерами и интуиция о пропорциях позволяют интуитивно определить общий знаменатель.

В задаче 14 о решении уравнений, аналогия с балансом помогает интуитивно представить, какие операции могут быть применены с обеих сторон уравнения для нахождения неизвестной переменной.

В задаче 15 о графиках функций, аналогия с отражением и интуиция о влиянии коэффициентов на форму графика помогают интуитивно представить, как изменится график при изменении параметров функции.

В задаче 16 о вероятности, аналогия с выбором из множества и интуиция о вероятности помогают интуитивно осознать, как можно определить вероятность выбора определенного мяча.

Использование аналогий позволяет связать абстрактные математические концепции с реальными ситуациями, что способствует развитию математической интуиции и более глубокому пониманию материала [199].

Таким образом, аналогия может использоваться в математике как источник новых решений и фактов. В некоторых случаях, можно использовать аналогию из близкой задачи, чтобы решить текущую задачу. В других случаях, аналогия может помочь определить направление решения. Аналогии могут быть использованы в решении геометрических задач. Важно преобразовать содержание школьного курса геометрии в линейно-концентрическое, чтобы сравнения и обобщения могли быть проведены, гипотезы могли быть выдвинуты, и изученный ранее материал мог быть переосмыслен. В этом процессе важную роль играют аналогии и интуитивные рассуждения, которые могут помочь учащимся в научной деятельности [200].

Школьный курс геометрии должен стимулировать учеников к творческому мышлению, формулированию вопросов и проверке гипотез, а также обеспечивать условия для эффективных исследований. Чтобы реализовать идеи дифференциации на разных уровнях и профилях, необходимо разработать учебники, основанные как на глобальной аксиоматической организации теории, так и на локальной аксиоматизации и локальной дедукции. Важно дозировать логический и интуитивный

компоненты в учебниках геометрии, поскольку школьный курс геометрии является соединением интуиции и логики [201].

Важно научить учащихся использовать аналогии при решении сложных задач и развивать у них привычку сознательного применения изученного материала. Для этого рекомендуется следующий план действий: сначала найти задачу, аналогичную данной, которая бы имела сходные условия и заключение, но была бы проще или имела известное решение. При использовании аналогии важно опираться на знания изученного материала и обосновывать применяемые математические операции. Педагоги должны подчеркивать истинные аналогии, отмечать ложные и предупреждать возможные ошибки. Необходимо также разъяснять, где и почему нельзя применять правила математических операций, например, распределительное свойство. Следование принципу «сначала правило, потом действие» позволит учащимся лучше усвоить материал и избежать грубых ошибок [202].

### **10. Задания с неправильными данными.**

Знание типичных ошибок, возникающих из-за неосознанного применения аналогий, может быть важным для преподавателя математики. Эти ошибки часто возникают у школьников без должного контроля, и они не всегда осознают, что привело к ним, что затрудняет их исправление. Поэтому осознание причин таких ошибок и способов их исправления может быть полезным инструментом для преподавателя при работе с учениками [203].

Рассмотрим несколько примеров.

1. Наличие общности в свойствах сложения и умножения чисел иногда приводит к возникновению у школьников ошибочной аналогии о сходстве этих действий и в других свойствах. Так, например, при решении упражнения вида  $a + b/c + b$  по ложной аналогии с сокращением на общий множитель учащиеся «сокращают» это выражение на слагаемое:  $a + \frac{b}{c} + b = \frac{a}{c}$ .

Данный пример относится к ложной аналогии, которая может возникнуть у школьников при работе с арифметическими операциями сложения и умножения. Хотя сложение и умножение имеют некоторые общие свойства, такие как коммутативность и ассоциативность, это не означает, что все свойства одной операции могут быть применены к другой операции.

В данном примере, при решении выражения  $a + \frac{b}{c} + b$ , учащиеся могут совершить ошибку, применяя ложную аналогию с сокращением на общий множитель, которое характерно для умножения. Они могут «сокращать» выражение на слагаемое  $b$ , получая  $a + \frac{b}{c} + b = \frac{a}{c}$ . Это неправильное применение свойства умножения к операции сложения.

Данная ошибка связана с неправильным пониманием различий между операциями сложения и умножения. Хотя обе операции связаны с коммутативностью и ассоциативностью, они имеют разные правила и

свойства. В данном случае правильное решение выражения  $a + \frac{b}{c} + b$  требует применения правил сложения и деления, а не сокращения [204].

Важно отметить, что такая ложная аналогия может возникать у школьников из-за недостаточного понимания математических операций и их правил. Развитие математической грамотности и разъяснение различий между операциями сложения и умножения помогут предотвратить такие ошибки и развить более точное понимание математических концепций.

2. Нередкая ошибка вида  $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$  также является результатом ложной аналогии со способом извлечения квадратного корня из произведения  $\sqrt{a^2 b^2} = |ab|$ .

Действительно, роль учителя в предотвращении ложных аналогий и разъяснении ошибок очень важна. Предлагаем некоторые способы, которыми учитель может помочь учащимся осознать и преодолеть ложные аналогии:

1. **Объяснение различий:** Учитель может акцентировать внимание на ключевых различиях между операциями или концепциями, чтобы помочь учащимся понять их уникальные свойства. Например, в случае с примером «сокращения» на слагаемое, учитель может ясно объяснить, что это свойство применимо только к умножению, но не к сложению.

2. **Демонстрация примеров:** Учитель может использовать примеры и контрпримеры для иллюстрации правильного и неправильного применения свойств или операций. Это поможет учащимся увидеть, какие ошибки возникают при ложных аналогиях и как их избежать.

3. **Активное обсуждение:** Учитель может проводить обсуждение с учащимися, задавать вопросы и побуждать их объяснять свои решения и мыслительные процессы. Это поможет выявить ложные аналогии и уточнить понимание учащихся.

4. **Индивидуальное руководство:** Учителя могут работать индивидуально с учащимися, выявлять их ошибки и помогать им исправлять их. Это может включать объяснение конкретных путей размышления и указание на ошибки, которые они допустили.

5. **Использование вариативных задач:** Учитель может предложить учащимся разнообразные задачи и примеры, которые требуют применения разных математических операций. Это поможет учащимся развить более гибкое и точное понимание каждой операции и предотвратить ложные аналогии [205].

Предостережение учащихся от ложных аналогий и объяснение происхождения ошибок являются важными составляющими в учебном процессе. Понимание ошибок помогает учащимся улучшить свое математическое мышление и развить более точные и глубокие знания.

Чтобы проверить правильность вывода, основанного на аналогии, необходимо провести дополнительное исследование. Этот тип умозаключения отличается от индуктивного и дедуктивного тем, что аналогия не имеет

доказательной силы и только открывает путь для дальнейшего исследования. Умозаключение по аналогии является диалектическим, так как объединяет элементы индукции и дедукции. В основе умозаключения по аналогии лежит индукция, так как он основан на установлении связи между частными свойствами двух объектов. Например, свойства треугольника и тетраэдра, окружности и сферы [206].

Обычно аналогия не может служить доказательством, однако она может быть полезной в обучении и научных исследованиях, поскольку она может помочь нам найти идеи и догадки для дальнейшего исследования. В математическом обучении не менее важно научиться догадываться, что именно нужно доказать и как это сделать, чем научиться доказывать. После анализа методов решения задач мы можем заключить, что на каком-то этапе решения возникает идея, которая вносит ясность, порядок и связь в детали, которые казались запутанными и неуловимыми. Однако, в таких ситуациях, личный опыт может быть более ценным, чем описание методов решения [75, с.112].

Задача о проверке делимости числа на 9 может быть усложнена, требуя от ученика найти две цифры, которые необходимо добавить к числу, чтобы оно стало кратным 9 без остатка, например число  $35\square\square6$ . Ход мыслей ученика здесь примерно таков: Найду сумму имеющихся цифр  $3+5+6=14$  число, делящееся на 9, это 18, не хватает 4 ( $18-14=4$ ). Две цифры надо подобрать так, чтобы их сумма была равна 4». Возможны варианты: 4 и 0; 3 и 1; 2 и 2. Во втором случае сумма двух недостающих Цифр должна составить  $27-14=13=4+9$  (4 и 9; 5 и 8; 6 и 7). Сколько же разных решений можно найти?» — спрашивает учитель. Коллективно исчерпываются все возможные варианты для первого случая: 35406, 35046, 35316, 35136, 35226, затем—варианты для второго случая. Попутно выясняется, что следующее за 27 число, кратное 9 (36) рассматривать не надо, так как наибольшая сумма двух однозначных чисел  $9+9=18$ , а  $36-14=22$ .

Вывод. Всего искомым чисел существует 11.

Решение такой задачи требует от ученика использования своих знаний о делимости и логических умений для поиска возможных решений. Учитель может помочь ученикам решать подобные задачи коллективно, чтобы они могли обмениваться идеями и находить новые способы решения. В итоге, ученики смогут развить свои творческие и аналитические способности и достигнуть новых открытий в математике [207].

Это задание требует от ученика не только применения стандартного правила проверки делимости на 9, но и применения более сложных комбинаторных методов. Ученик должен был применять творческий подход, исходя из правила, чтобы решить задачу. В процессе работы он сталкивается с перечислением всех возможных решений и использованием комбинаторики.

## 11. Нестандартные задания, развивающие навыки программирования мышления.

Более того, такие задания помогают развивать навыки программирования мышления, поскольку составление задач аналогично программированию работы некоторой вычислительной машины.

Например, составить задачу, которая решается с помощью следующего тождества или уравнения:

$$\frac{10}{2} - \frac{10}{5} = 3; \frac{10}{2} - \frac{10}{2+3} = 3; \frac{10}{x} - \frac{10}{x+3} = 3.$$

Последнее уравнение приводится к квадратному с корнями  $x_1 = 2$ ;  $x_2 = -5$ .

а) Возможно, углубиться в структуру уравнения и составленной на его основе задачи, например, потребовав, чтобы оба корня были положительны (или чтобы оба решения удовлетворяли условию задачи).

б) Использование интерактивных методов обучения. Например, учитель может предложить учащимся самостоятельно решать задачи и задания, чтобы они могли применить свои знания на практике и усвоить их более глубоко [208].

## 12. Задания межпредметного характера.

**География и математика:** Ученики изучают карту местности. Они должны измерить расстояние между двумя городами на карте и рассчитать время в пути, если известна средняя скорость движения [209].

**Логика:** Измерение расстояния между городами на карте требует применения геометрических принципов и формул для определения расстояния. Это требует логического мышления и применения математических знаний.

**Интуиция:** Расчёт времени в пути может потребовать интуитивного понимания общих скоростей движения и времени, необходимого для преодоления расстояния.

**История и математика:** Ученики изучают таблицу с датами и событиями. Задача состоит в том, чтобы рассчитать промежутки времени между различными историческими событиями, используя календарь и математические навыки [210].

**Логика:** Расчет промежутков времени между историческими событиями основан на использовании календаря и арифметических операций. Это требует логического мышления и применения математических навыков.

**Интуиция:** Понимание хронологии событий и их последовательности может потребовать интуитивного представления о времени и периодах истории.

**Биология и математика:** Ученики изучают рост растений или животных в течение определенного периода времени. Задача состоит в том, чтобы построить график роста и определить среднюю скорость роста [211].

**Логика:** Построение графика роста растений или животных требует использования математических инструментов для анализа данных и вычисления средней скорости роста.

**Интуиция:** Интерпретация графика и определение трендов в росте может потребовать интуитивного понимания процессов роста и развития.

**Физика и математика:** Ученики изучают законы движения. Задача может заключаться в расчете силы трения, необходимой для перемещения объекта определенной массы по определенной поверхности [212].

**Логика:** Расчет силы трения основан на применении физических законов и математических формул. Это требует логического мышления и применения математических навыков.

**Интуиция:** Понимание влияния различных факторов на силу трения и ее изменение в различных условиях может потребовать интуитивного понимания физических процессов.

**Литература и математика:** Ученики читают роман или рассказ, в котором описываются действия персонажей во времени. Задача состоит в том, чтобы построить график или таблицу, отображающую изменения во времени [213].

**Логика:** Построение графика или таблицы, отображающих изменения во времени в романе или рассказе, требует логического анализа событий и их хронологии.

**Интуиция:** Понимание развития сюжета и персонажей может потребовать интуитивного понимания литературных элементов и их взаимосвязей.

**Информатика и математика:** Ученики изучают алгоритмы и программирование. Задача может состоять в написании программы для решения математической задачи или создания алгоритма для решения определенной задачи [214].

**Логика:** Написание программы или создание алгоритма требует логического мышления и последовательного применения математических операций.

**Интуиция:** Выбор наиболее эффективного метода решения задачи может потребовать интуитивного понимания различий между алгоритмами и методами программирования.

**Химия и математика:** Ученики изучают стехиометрию и расчеты в химических реакциях. Задача может быть связана с расчетом массы продуктов или реагентов в реакции [215].

**Логика:** Расчет массы продуктов или реагентов в химической реакции требует логического применения стехиометрических принципов и математических операций.

**Интуиция:** Понимание взаимосвязей между химическими веществами и их реакциями может потребовать интуитивного представления о химических процессах.

### **13. Задания для работы в группах и коллективное решение задач.**

Работа в группах и коллективное решение задач. Это позволит учащимся общаться и обмениваться идеями, что может привести к новым способам решения задач и развитию математической интуиции.

**Задание 17.** У вас есть 12 монет, и одна из них фальшивая. Вы знаете, что фальшивая монета легче остальных. У вас есть чашечные весы, которые

позволяют сравнивать массу двух групп монет. Как за наименьшее количество взвешиваний найти фальшивую монету и определить, она легче или тяжелее настоящих?

Предложите учащимся следующий план действий:

1. Разделите класс на несколько групп (каждая группа должна состоять из нескольких учащихся).
2. В каждой группе пусть учащиеся обсудят разные стратегии для решения задачи.
3. После обсуждения пусть каждая группа предложит свой план решения.
4. Вместе с классом анализируйте предложенные планы и выберите наиболее эффективный способ решения [216].

**Решение:**

Попробуем разбить задачу на несколько этапов:

1. Разделите монеты на 3 группы по 4 монеты в каждой (А, В, С).
2. Взвесьте группы А и В на весах:
  - Если они равны, значит, фальшивая монета находится в группе С.
  - Если группы А и В разные, приступайте ко второму этапу.
3. Взвесьте 2 монеты из более легкой группы (допустим, А) на весах:
  - Если они равны, фальшивая монета - третья монета из группы А.
  - Если они разные, фальшивая монета - та, которая легче.

Таким образом, за 3 взвешивания можно найти фальшивую монету и определить, она легче или тяжелее настоящих.

Коллективное решение этой задачи позволяет учащимся обмениваться разными идеями, анализировать предложенные планы и вместе выбрать наиболее эффективное решение. Это способствует развитию коммуникационных навыков и математической интуиции [217].

Рассмотрим еще один пример задачи, который можно предложить учащимся для работы в группах и коллективного решения.

**Задание 18.** Вы являетесь командой архитекторов, которым предстоит спроектировать новый городской парк. Площадь парка ограничена прямоугольной территорией площадью 5000 квадратных метров. Вам необходимо разделить эту площадь на три зоны: центральную, спортивную и детскую, так чтобы центральная зона занимала 40% площади парка, спортивная - 30%, а детская - 30%. Какие размеры каждой зоны вы предложите?

Разделите учащихся на группы (например, по 3-4 человека в каждой группе). Предложите им вместе обсудить и решить задачу, используя следующий план:

1. Разбейте площадь парка на три части в соответствии с указанными процентами для каждой зоны.
2. Составьте и решите систему уравнений, чтобы найти размеры каждой зоны.
3. Обсудите и сравните полученные результаты в группе.



Пусть  $x$  - площадь центральной зоны,  $y$  - площадь спортивной зоны,  $z$  - площадь детской зоны.

Составим систему уравнений на основе условий задачи:

1.  $x + y + z = 5000$  (сумма площадей равна общей площади парка).

2.  $\frac{x}{5000} = 0.40$  (40% площади для центральной зоны).

3.  $\frac{y}{5000} = 0.30$  (30% площади для спортивной зоны).

4.  $\frac{z}{5000} = 0.30$  (30% площади для детской зоны).

Решим эту систему уравнений. Исходя из второго, третьего и четвертого уравнений:

$$x = 0.40 \cdot 5000 = 2000,$$

$$y = 0.30 \cdot 5000 = 1500,$$

$$z = 0.30 \cdot 5000 = 1500.$$

Центральная зона должна занимать 2000 квадратных метров, спортивная зона и детская зона – по 1500 квадратных метров.

Эта задача позволяет учащимся работать в группах, обсуждать варианты решения, сравнивать результаты и развивать навыки коллективного решения задач.

Работа в группах и коллективное решение задач являются эффективным способом развития математической интуиции и логики у учащихся. Когда учащиеся работают в группах, они могут обсуждать задачи и искать разные способы их решения. Это позволяет учащимся увидеть, как другие думают и решают проблемы, и в свою очередь, расширять свой собственный спектр мышления и подходов к решению задач [218].

Исследования показывают, что работа в группах может способствовать не только развитию математической интуиции и логики, но и улучшению социальных навыков у учащихся. Например, изучение групповых динамик и методов сотрудничества может помочь учащимся лучше понимать, как работать с другими людьми и достигать общих целей.

Использование различных методов проверки и обратной связи. Например, проверка задач в классе, обсуждение правильных и неправильных ответов, а также анализ ошибок и предложение учащимся альтернативных решений задач помогут развивать их математическую интуицию и логику [219].

Использование различных методов проверки и обратной связи является важной составляющей обучения математике и может помочь учащимся развивать математическую интуицию и логику. Вот несколько методов проверки и обратной связи, которые могут использоваться учителями:

– Проверка домашних заданий. Проверка домашних заданий и обратная связь помогают ученикам понять, как они понимают материал и где они нуждаются в дополнительном объяснении.

- Обсуждение правильных и неправильных ответов. Обсуждение правильных и неправильных ответов после выполнения заданий поможет ученикам понять, как они могут улучшить свои ответы в будущем.

- Анализ ошибок. Анализ ошибок является важной частью процесса обучения, поскольку позволяет учащимся узнать, где они совершили ошибки и как их избежать в будущем.

- Предложение альтернативных решений. Предложение альтернативных решений задач может помочь учащимся увидеть математические концепции и операции с разных сторон и, следовательно, развивать их математическую интуицию [220].

Таким образом, творческие учебные задания, разделенные на группы, выполняют несколько функций, направленных на развитие различных креативных способностей у школьников. Развивающая функция имеет стратегическое значение, поскольку способствует развитию творческого мышления и мыслительных способностей. Познавательная функция помогает учащимся расширить свой опыт и научиться находить новые способы решения математических задач. Ориентационная функция направлена на увеличение интереса к изучению математики и развитие творческого отношения к учебной деятельности. Практическая функция помогает применить теоретические знания на практике, используя нестандартные способы решения задач. Реализация такой системы заданий улучшает качество знаний, учитывает индивидуальные особенности каждого ученика и развивает его творческий потенциал, а также математическую интуицию [221].

Теперь рассмотрим творческие учебные задания, направленных на развитие различных креативных способностей учащихся.

Рассмотрим задания, направленные на развитие логики и интуиции в разделе «Числа».

Приведем примеры таких заданий:

**Задание 1.** Найти все целые числа  $x$  и  $y$ , для которых выполняется равенство  $10x + 14y - 58 = 2xy$ .

Решение данного уравнения включает как интуитивные, так и логические компоненты.

Интуитивный подход может быть применен для первоначального анализа уравнения. Например, можно предположить, что числа  $x$  и  $y$  являются целыми числами, и использовать интуитивное понимание о том, какие числа могут быть близки к 58. Это может помочь предположить диапазон значений  $x$  и  $y$ , которые следует проверить.

Затем логический подход может быть использован для систематического решения уравнения.

Ученикам предлагается общий метод П Бхаскара:  $ax + by + c = xy$ .

Ученик решает так:

- 1) Находит  $a \cdot b + c$ , потом раскладывает на множители  $m \cdot n$ ;
- 2) Находит общее решение  $x = m + b$  или  $x = n + b$ ;
- 3) Далее  $y = m + a$  или  $y = n + a$ .

Таким образом, находит общее решение для  $x$  и  $y$ .

**Решение:**  $10x + 14y - 58 = 2xy$ .

$5x + 7y - 29 = xy$ , отсюда  $a = 5$ ,  $b = 7$ ,  $c = -29$ .

$a \cdot b + c = 5 \cdot 7 - 29 = 6$ ,  $6 = 6 \cdot 1$  или  $6 = 3 \cdot 2$ , то тогда  $m = 6$ ,  $n = 1$  или  $m = 3$ ,  $n = 2$ . Значит,  $x = 6 + 7 = 13$  или  $x = 1 + 7 = 8$ . Найдем  $y = 1 + 5 = 6$  или  $y = 6 + 5 = 11$ .

**Ответ:** (13;6), (10;7), (8;11), (9;8).

Итак, интуиция используется для начального предположения или оценки возможных решений, в то время как логика применяется для алгебраического решения уравнения и выявления всех возможных пар целых чисел  $x$  и  $y$ , которые удовлетворяют уравнению.

**Задание 2.** Чему равна сумма всех пятизначных чисел, каждое из которых записывается неповторяющимися цифрами 1, 2, 3, 4 и 5?

Таких чисел всего  $5! = 120$ . Суммируя их, мы получим в каждом разряде сумму всех чисел от 1 до 5, причем эта сумма будет в каждом разряде повторена 24 раза. Итак, в сумме будет  $24 \cdot (1+2+3+4+5) = 360$  единиц, только же десятки, столько же сотен, столько же тысяч и десятков тысяч. Значит, сумма равна 3999960.

В данной задаче интуиция проявляется в понимании того, что каждая цифра (1, 2, 3, 4 и 5) должна быть использована в каждой из пяти позиций числа, и каждая позиция может содержать только одну из этих цифр. Это интуитивно понятно из условия задачи.

Логика проявляется в методическом подходе к решению задачи. Мы используем комбинаторику и принципы подсчета для того, чтобы систематически вычислить сумму всех возможных пятизначных чисел с данными цифрами. Мы рассматриваем каждую позицию в числе (единицы, десятки, сотни, тысячи и десятки тысяч) и вычисляем сумму для каждой из них, используя логическое рассуждение и формулу для подсчета суммы чисел в последовательности [222].

Таким образом, интуиция помогает нам понять условие задачи, а логика помогает нам систематически решить задачу, используя математические принципы.

**Задание 3.** Вычислите сумму ряда

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110} + \frac{1}{132}.$$

**Решение:**

Для вычисления суммы этого ряда мы можем воспользоваться интуицией, связанной с обнаружением возможной закономерности или регулярности в членах ряда.

При ближайшем рассмотрении числителей каждого члена ряда (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1), мы видим, что они все равны 1. Однако, если мы обратим внимание на знаменатели (20, 30, 42, 56, 72, 90, 110, 132), можем ли мы обнаружить какие-то закономерности?

Если мы рассмотрим знаменатели как произведения двух последовательных чисел, то можем заметить, что они представляют собой числа вида  $n \cdot (n+1)$ , где  $n$  - натуральное число. Таким образом, знаменатель каждого члена ряда является произведением двух последовательных натуральных чисел.

С этим интуитивным наблюдением, мы можем предположить, что данная последовательность является связанной с так называемыми треугольными числами, которые также можно представить в виде суммы натуральных чисел.

$$\begin{aligned} \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110} + \frac{1}{132} &= \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \\ &+ \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{12} = \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

**Ответ:**  $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110} + \frac{1}{132} = \frac{1}{6}$ .

**Задание 4.** Вычислите сумму ряда

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{225}\right).$$

**Решение:**

Для вычисления суммы этого ряда мы можем использовать интуитивное наблюдение, что каждый член ряда представляет собой произведение двух выражений вида  $1 - \frac{1}{n^2}$ , где  $n$  - натуральное число.

Эти выражения напоминают формулу для разности квадратов, где  $1 - \frac{1}{n^2}$  можно представить в виде  $\left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{1}{n}\right)$ . Таким образом, каждый член ряда может быть представлен в виде  $\left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{1}{n}\right)$ .

Сумма такого ряда представляет собой произведение всех членов:

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{225}\right) = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \dots$$

$$\cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{15}\right) \left(1 + \frac{1}{15}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} \cdot \dots \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{16}{15} = \\ = \frac{1}{2} \cdot \frac{16}{15} = \frac{8}{15}.$$

**Ответ:**  $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{225}\right) = \frac{8}{15}.$

**Задание 5.** Вычислите сумму ряда  $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{5}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99+\sqrt{100}}}.$

**Решение:**

Для вычисления суммы ряда интуитивно мы можем заметить, что в первую очередь нужно избавиться от иррациональности в знаменателе дроби. Для этого каждую дробь умножим на число, сопряженное знаменателю этой дроби. В результате получим:

$$\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{4}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99+\sqrt{100}}} = \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} \cdot \frac{\sqrt{1-\sqrt{2}}}{\sqrt{1-\sqrt{2}}} + \\ + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{4}}} \cdot \frac{\sqrt{3-\sqrt{4}}}{\sqrt{3-\sqrt{4}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99+\sqrt{100}}} \cdot \frac{\sqrt{99-\sqrt{100}}}{\sqrt{99-\sqrt{100}}} = \\ = \frac{\sqrt{1-\sqrt{2}}}{1-2} + \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2-3} + \frac{\sqrt{3-\sqrt{4}}}{3-4} + \dots + \frac{\sqrt{99-\sqrt{100}}}{99-100} = -\sqrt{1} + \sqrt{2} - \\ -\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{4} - \dots - \sqrt{99} + \sqrt{100} = -\sqrt{1} + \sqrt{100} = -1 + 10 = 9.$$

**Ответ:**  $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{5}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99+\sqrt{100}}} = 9.$

**Задание 6.** Упростите дробь

$$\frac{1010111110101}{1100111110011}.$$

**Решение:**

В данной задаче интуиция проявляется на этапе разложения чисел на множители и применения свойств дробей для упрощения выражения. При разложении чисел на множители интуитивно выбираются те числа, которые можно сократить или вынести за скобки для дальнейшего упрощения. Также, на этапе применения свойств дробей, интуиция помогает выбрать подходящий метод для упрощения выражения, например, метод сокращения общих множителей или метод преобразования числителя и знаменателя.

$$1010111110101 = 1 \cdot 10^{12} + 0 \cdot 10^{11} + 1 \cdot 10^{10} + 0 \cdot 10^9 + 11111 \cdot 10^4 +$$

$$\begin{aligned}
& +0 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 = 10^{12} + 10^{10} + \frac{10^5 - 1}{9} \cdot 10^4 + \\
& +100 + 1 = \frac{9 \cdot 10^{12} + 9 \cdot 10^{10} + 10^9 - 10^4 + 900 + 9}{9} = \\
& = \frac{(9 \cdot 10^{12} + 9 \cdot 10^{10} + 10^9) - (10^4 - 900 - 9)}{9} = \\
& = \frac{9091 \cdot 10^9 - 9091}{9} \\
1100111110011 & = 1 \cdot 10^{12} + 1 \cdot 10^{11} + 0 \cdot 10^{10} + 0 \cdot 10^9 + 11111 \cdot 10^4 + \\
& +0 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 = 10^{12} + 10^{11} + \frac{10^5 - 1}{9} \cdot 10^4 + \\
& +10 + 1 = \frac{9 \cdot 10^{12} + 9 \cdot 10^{11} + 10^9 - 10^4 + 90 + 9}{9} = \frac{9901 \cdot 10^9 - 9901}{9} \\
\frac{1010111110101}{1100111110011} & = \frac{\frac{9091 \cdot 10^9 - 9091}{9}}{\frac{9901 \cdot 10^9 - 9901}{9}} = \frac{9091 \cdot 10^9 - 9091}{9901 \cdot 10^9 - 9901} = \\
& = \frac{9091(10^9 - 1)}{9901(10^9 - 1)} = \frac{9091}{9901}
\end{aligned}$$

**Ответ:**  $\frac{1010111110101}{1100111110011} = \frac{9091}{9901}$ .

**Задание 7.** Сократите дробь

$$\frac{171717}{252525}$$

**Решение:**

Интуиция проявляется на этапе выбора подходящего метода для сокращения дроби. В данном случае, интуиция подсказывает использовать общий множитель для числителя и знаменателя, чтобы сократить дробь до наименьших целых чисел. Этот метод позволяет упростить вычисления и получить окончательный ответ более эффективно.

$$\frac{171717}{252525} = \frac{17 \cdot 10^4 + 17 \cdot 10^2 + 17 \cdot 10^0}{25 \cdot 10^4 + 25 \cdot 10^2 + 25 \cdot 10^0} = \frac{17(10^4 + 10^2 + 10^0)}{25(10^4 + 10^2 + 10^0)} = \frac{17}{25}$$

**Ответ:**  $\frac{171717}{252525} = \frac{17}{25}$ .

Рассмотрим задания, направленные на развитие логики и интуиции в разделе «Алгебра».

Приведем примеры таких заданий:

**Задание 1.** В первой бочке 50л дегтя, а во второй 20л меда. Из первой бочки во вторую перелили одну ложку дегтя и перемешали содержимое второй бочки. После этого из второй бочки в первую перелили одну (такую же!) ложку. Чего стало больше: меда в первой бочке или дегтя во второй?

В этой задаче интуиция и логика проявляются в понимании того, как изменяется соотношение веществ в обеих бочках после переливания и перемешивания.

Интуитивно мы можем предположить, что если в первую бочку перелили одну ложку дегтя из второй бочки, то количество меда в первой бочке останется неизменным. После перемешивания содержимого второй бочки с добавленным дегтем, соотношение меда к дегтю в этой бочке изменится. Затем, когда из второй бочки в первую переливают одну ложку смеси, в первую бочку возвращается часть дегтя изначально находившегося во второй бочке.

С логической точки зрения, можно предположить, что количество меда в первой бочке останется неизменным, так как из нее не было перелито меда. При этом, если во вторую бочку была добавлена ложка дегтя, соотношение дегтя к меду в этой бочке увеличится. Когда из второй бочки в первую переливаются частицы смеси, в первую бочку вернется часть дегтя, что также повлияет на соотношение между медом и дегтем во второй бочке. Таким образом, по логике, во второй бочке после всех операций должно оказаться больше дегтя, чем меда.

**Задание 2.** Если  $x y z = 1$ , то найдите значение дроби.

$$\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx} = ?$$

**Решение:**

Интуитивное мышление подсказывает, если умножим числитель и знаменатель второй дроби на  $x$ , а числитель и знаменатель третьей дроби на  $xy$ , то мы получим дроби с одинаковыми знаменателями. Получаем:

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+x+xy} + \frac{x}{x} \cdot \frac{1}{1+y+yz} + \frac{xy}{xy} \cdot \frac{1}{1+z+zx} &= \frac{1}{1+x+xy} + \frac{x}{x+xy+xyz} + \\ + \frac{xy}{xy+xyz+x \cdot xyz} &= \frac{1}{1+x+xy} + \frac{x}{1+x+xy} + \frac{xy}{1+x+xy} = \\ &= \frac{1+x+xy}{1+x+xy} = 1 \end{aligned}$$

**Ответ:**

$$\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx} = 1$$

### Задание 3. Упростите дробь

$$\frac{1+x+x^2+x^3+\dots+x^{23}}{1+x+x^2+x^3+\dots+x^7}$$

#### Решение:

Глядя на дробь, интуитивно можно заметить, что используя формулу суммы геометрической прогрессии  $S_n = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1}$  для числителя и знаменателя можно привести дробь к виду. Получаем:

$$\begin{aligned} \frac{1+x+x^2+x^3+\dots+x^{23}}{1+x+x^2+x^3+\dots+x^7} &= \frac{1+\frac{x(x^{23}-1)}{x-1}}{1+\frac{x(x^7-1)}{x-1}} = \frac{x-1+x(x^{23}-1)}{x-1+x(x^7-1)} = \\ &= \frac{x-1+x^{24}-x}{x-1+x^8-x} = \frac{x^{24}-1}{x^8-1} = \frac{(x^8)^3-1^3}{x^8-1} = \\ &= \frac{(x^8-1)((x^8)^2+x^8+1)}{x^8-1} = x^{16}+x^8+1 \end{aligned}$$

**Ответ:**  $\frac{1+x+x^2+x^3+\dots+x^{23}}{1+x+x^2+x^3+\dots+x^7} = 1.$

**Задание 4.** Решите уравнение  $\left(\frac{37}{21}x\right)^3 = p$ , если  $p = \frac{A+B}{2}$ , а

$$A = \frac{158^2+158\cdot 185+185^2}{158+185}, B = \frac{158^2-158\cdot 185+185^2}{185-158}.$$

#### Решение:

В данной задаче интуиция может помочь нам заметить, что  $A$  и  $B$  имеют структуру суммы квадратов и произведения, которая напоминает формулу для квадратного трехчлена  $(a+b)^2$ . Кроме того, можно заметить, что числитель и знаменатель в формулах  $A$  и  $B$  имеют общие элементы, что может навести на мысль о возможности сокращения или упрощения выражений.

Применяя эти интуитивные наблюдения, мы можем более эффективно работать с выражениями  $A$  и  $B$  и более легко находить значение переменной  $x$ , что поможет нам в решении исходного уравнения.

$$\begin{aligned} A &= \frac{158^2 + 158 \cdot 185 + 185^2}{158 + 185} = \frac{185^2 + 185 \cdot 158 + 158^2}{185 + 158} \cdot \frac{185 - 158}{185 - 158} = \\ &= \frac{185^3 - 158^3}{185^2 - 158^2} \end{aligned}$$



$$B = \frac{158^2 - 158 \cdot 185 + 185^2}{158 - 185} = \frac{185^2 - 185 \cdot 158 + 158^2}{185 - 158} \cdot \frac{185 + 158}{185 + 158} =$$

$$= \frac{185^3 + 158^3}{185^2 - 158^2}$$

$$p = \frac{A + B}{2} = \frac{\frac{185^3 - 158^3}{185^2 - 158^2} + \frac{185^3 + 158^3}{185^2 - 158^2}}{2} = \frac{185^3 - 158^3 + 185^3 + 158^3}{185^2 - 158^2} = \frac{2 \cdot 185^3}{185^2 - 158^2}$$

$$= \frac{2 \cdot 185^3}{185^2 - 158^2} = \frac{185^3}{185^2 - 158^2} = \frac{185^3}{21^3}$$

$$\left(\frac{37}{21}x\right)^3 = \frac{185^3}{21^3}$$

$$\frac{37}{21}x = \frac{185}{21}$$

$$x = \frac{185}{37} = 5$$

**Ответ:**  $x = 5$ .

**Задание 5.** Найдите сумму ряда

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n}.$$

**Решение:**

Чтобы найти сумму данного ряда, мы можем использовать метод суммирования геометрической прогрессии. Заметим, что каждый член ряда представляет собой дробь, в числителе которой стоит число, увеличивающееся на единицу, а в знаменателе стоит степень двойки, увеличивающаяся с каждым следующим членом.

Интуитивно можно предположить, что сумма данного ряда будет иметь какую-то зависимость от  $n$  и 2, так как знаменатель представляет собой степень двойки. Также можно заметить, что при добавлении каждого нового члена ряда, значение числителя увеличивается на единицу, что может намекать на какую-то арифметическую последовательность.

Используя интуитивные предположения и знания о суммировании геометрических прогрессий, мы можем вывести формулу для суммы данного ряда.

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots + \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} + \left( \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} \right) + \left( \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} \right) + \dots + \frac{1}{2^n} = \\
& = \frac{\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2^n} \right)}{1 - \frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{2^2} \left( 1 - \frac{1}{2^{n-1}} \right)}{1 - \frac{1}{2}} + \dots + \\
& + \frac{\frac{1}{2^{n-1}} \left( 1 - \frac{1}{2^2} \right)}{1 - \frac{1}{2}} + \frac{1}{2^n} = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2^{n-2}} - \frac{1}{2^n} - \frac{1}{2^n} - \dots - \frac{1}{2^n} = \\
& = 1 + \frac{\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2^{n-2}} \right)}{\frac{1}{2}} - \frac{n-2}{2^n} = 2 - \frac{1}{2^{n-2}} - \frac{n-2}{2^n}
\end{aligned}$$

**Ответ:**  $\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{1}{2^{n-2}} - \frac{n-2}{2^n}$ .

**Задание 6.** Решите уравнение:  $\frac{2x}{2x^2-5x+3} + \frac{13x}{2x^2+x+3} = 6$ .

В данной задаче логика проявляется на этапе преобразования уравнения и применения алгебраических методов для его решения. На этом этапе используется логическое мышление для выведения последовательности шагов, которые приводят к преобразованию уравнения и выражению его решений.

Интуиция проявляется при выборе стратегии решения уравнения. Например, при приведении дробей к общему знаменателю и выражении уравнения в стандартной форме. Также интуиция может подсказывать, какие шаги сделать далее, основываясь на опыте и интуитивном понимании структуры уравнения.

$$\begin{aligned}
& \frac{2x}{2x^2-5x+3} \cdot \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} + \frac{13x}{2x^2+x+3} \cdot \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = 6 \\
& \frac{2}{2x-5+\frac{3}{x}} + \frac{13}{2x+1+\frac{3}{x}} = 6 \\
& \frac{2}{2x+\frac{3}{x}-5} + \frac{13}{2x+\frac{3}{x}+1} = 6 \\
& \quad \quad \quad 2x + \frac{3}{x} = t \\
& \frac{2}{t-5} + \frac{13}{t+1} = 6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2(t+1) + 13(t-5) &= 6(t+1)(t-5) \\
2t+2 + 13t-65 &= 6t^2 - 24t - 30 \\
6t^2 - 39t + 33 &= 0
\end{aligned}$$

$$(t-1)(6t-33) = 0 \Rightarrow t_1 = 1, t_2 = \frac{11}{2}$$

$$2x + \frac{3}{x} = 1$$

$$2x^2 - x + 3 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = -23 < 0$$

$$2x + \frac{3}{x} = \frac{11}{2}$$

$$4x^2 - 11x + 6 = 0$$

$$D = 11^2 - 4 \cdot 4 \cdot 6 = 25$$

$$x_{1/2} = \frac{11 \pm 5}{8} \Rightarrow x_1 = \frac{3}{4}, x_2 = 2$$

**Ответ:**  $x_1 = \frac{3}{4}, x_2 = 2$ .

**Задание 7.** Решите уравнение

$$2x^4 + 3x^3 - 16x^2 + 3x + 2 = 0$$

Интуиция может проявиться при выборе подходящего способа преобразования уравнения для его упрощения. Например, использование замены переменной  $x + \frac{1}{x} = t$  может быть интуитивным выбором, так как такая замена может привести к уравнению с более простой структурой. Также, при анализе корней квадратного уравнения, интуиция может помочь предвидеть характер решений на основе значения дискриминанта.

В данном решении логика проявляется на каждом этапе преобразования уравнения и применения алгебраических методов для его решения. Начиная с приведения уравнения к квадратному виду и приведения подобных слагаемых.

Каждый шаг логичен и соответствует законам алгебры, анализа и алгоритмов решения квадратных уравнений.

$$2x^4 + 3x^3 - 16x^2 + 3x + 2 = 0 \mid \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$2x^2 + 3x - 16 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} = 0$$

$$2x^2 + \frac{2}{x^2} + 3x + \frac{3}{x} - 16 = 0$$

$$2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) - 16 = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$$

$$2\left(\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\right) + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) - 16 = 0$$

$$2\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) - 20 = 0, x + \frac{1}{x} = t$$

$$2t^2 + 3t - 20 = 0, D = 9 + 160 = 169, t_{1/2} = \frac{-3 \pm 13}{4} \Rightarrow t_1 = -4, t_2 = \frac{3}{2}$$

$$x + \frac{1}{x} = -4$$

$$x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$D = 16 - 4 = 12$$

$$x_{1/2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$

$$x_1 = -2 - \sqrt{2}, x_2 = -2 + \sqrt{2}$$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$$

$$2x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$D = 9 - 16 = -7 < 0$$

**Ответ:**  $x_1 = -2 - \sqrt{2}, x_2 = -2 + \sqrt{2}$

Рассмотрим задания, направленные на развитие логики и интуиции в разделе «Геометрия».

**Задание 1.** Какой высоты должно быть зеркало, чтобы в нем мог видеть себя во весь рост человек ростом 2 м [223].



Рисунок 15 - Зеркало и его отражение

Нужно зеркало в 1 м. Основано на свойстве средней линии треугольника. Ученики не знакомые с этим материалом, могут проверить экспериментируя с небольшим зеркалом.

Чтобы определить высоту зеркала, в котором человек с ростом 2 м сможет видеть себя во весь рост, можно воспользоваться следующими логическим и интуитивным шагами:

Расстояние от глаз человека до его нижней точки (например, подошв) примерно равно половине его роста. Таким образом, если человек ростом 2 м хочет видеть себя в зеркале во весь рост, то положение его глаз будет находиться на высоте примерно 1 м от пола. Также нужно учесть, что видимая часть человека в зеркале будет отражаться симметрично относительно его положения перед зеркалом. Следовательно, высота центра зеркала должна быть не менее 2 м, чтобы видеть человека в зеркале во весь рост.

Представьте, как вы смотрите себя в зеркале. Вы желаете видеть себя во весь рост, поэтому вам необходимо, чтобы зеркало было достаточно высоко, чтобы отражать ваш образ полностью. Поэтому интуитивно кажется

логичным, что высота зеркала должна быть не меньше вашего роста, чтобы вы могли видеть себя в зеркале во весь рост.

**Задание 2.** Алмас посмотрел на часы между 10 и 11 часами и обнаружил, что часовая и минутная стрелки образуют развернутый угол. Он снова посмотрел на часы между 16 и 17 часами и увидел, что стрелки совпадают. Сколько времени прошло между этими двумя событиями? [224].

Минутная стрелка занимает одно и то же положение каждый час и только через каждый час. Часовая стрелка совершит поворот на  $180^\circ$  и сольется с минутной через 6 часов.

Для решения этого задания мы можем использовать логику и интуицию следующим образом:

Между 10 и 11 часами развернутый угол образуется, когда минутная стрелка находится ближе к 12, чем часовая. Такой угол может быть равен  $150^\circ$ ,  $210^\circ$ ,  $270^\circ$  и т. д.

Между 16 и 17 часами стрелки совпадают, что означает, что минутная стрелка находится ровно на часовой.

Рассмотрим, сколько времени должно пройти, чтобы минутная стрелка повернулась на  $360^\circ$  и снова совпала с часовой.

Можно представить часы и визуализировать их движение между двумя событиями. Это поможет понять, как изменяются углы между стрелками и как они могут совпасть снова.

Комбинируя логический и интуитивный подходы, мы можем определить, что между этими двумя событиями прошло 6 часов.

**Задание 3.** Сколько ребер и сколько вершин у двадцатигранника, если в каждой его вершине сходятся по пять ребер и каждая грань - треугольник? [225].

Разрежем поверхность данного двадцатигранника на отдельные грани. Так как по условию они треугольники, то всего у них окажется 60 вершин и 60 сторон. Но на поверхности двадцатигранника каждые 2 стороны получившихся треугольников склеились в 1 ребро. Значит, ребер было  $60:2=30$ . А так как по условию в каждой вершине данного двадцатигранника сходятся по 5 ребер, то каждые 5 вершин получившихся пятиугольников склеиваются в 1 вершину. Значит, вершин было  $60:5=12$ .

**Ответ:** 30 ребер и 12 вершин. Такой многогранник называется икосаэдром.

**Задание 4.** Прямоугольник  $3 \times 9$ , разделенный на 27 единичных квадратиков, разрежали по линиям деления на 8 квадратов. Сколько каких квадратов получилось?

Наибольший размер квадрата  $3 \times 3$ . Таких квадратов может быть только 2, тогда сочтется разделить на 6 квадратов оставшийся квадрат  $3 \times 3$ . Получается 1 квадрат  $2 \times 2$  и 5 квадратов  $1 \times 1$ .

В данной задаче логика и интуиция могут быть использованы следующим образом:

Изначально у нас есть прямоугольник размером  $3 \times 9$ , разделенный на 27 единичных квадратиков. Мы разрезаем этот прямоугольник по линиям деления на 8 квадратов. Логически мы понимаем, что 8 квадратов должны быть различных размеров, исходя из разрезания прямоугольника по линиям деления. Мы можем визуализировать процесс разрезания прямоугольника на 8 квадратов и представить, какие квадраты будут получены. Интуитивно можно предположить, что изначально у нас было 27 единичных квадратов, и после разрезания прямоугольника эти квадраты превратятся в другие квадраты различных размеров. Сочетание логического и интуитивного подходов поможет нам определить, какие квадраты были получены после разрезания прямоугольника на 8 частей.

Рассмотрим задания, направленные на развитие логики и математической интуиции в разделе «Статистика».

Основные виды творческих учебных заданий, направленные на развитие логики и интуиции при изучении статистики включают в себя:

1. Развитие логического мышления: ученики учатся анализировать данные и делать выводы на основе логических рассуждений.

2. Развитие математической интуиции: ученики учатся решать различные задачи, связанные со сбором и анализом данных, что помогает развивать интуицию и способность к применению математических знаний на практике.

3. Развитие критического мышления: ученики учатся оценивать и анализировать различные источники данных и информации, что помогает развивать критическое мышление [226].

**Задание 1.** Можно ли из цифр 3,4,5,9,9 составить пятизначное число, являющееся точным квадратом (квадратом натурального числа)? [227].

Решение и рекомендации. Сумма цифр этого числа будет равна 30, значит это число будет делаться на 3, но не будет делиться на 9. Значит, квадратом натурального числа оно быть не может.

Логика заключается в понимании основных свойств квадратов натуральных чисел и того, какие цифры могут находиться на конце квадрата. Интуиция здесь может подсказать, что при наличии ограниченного набора цифр 3, 4, 5, 9, 9 вероятность получить пятизначное квадратное число крайне низка.

**Задание 2.** Все кости домино выложены в цепь по правилам игры. На одном конце цепи - шестерка. Сколько очков на другом конце?

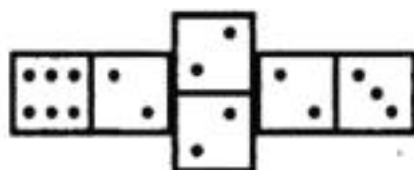


Рисунок 16 - Кости домино

Если на одном конце цепи доминошек - шестерка, то на другом конце должна быть также шестерка.

Логика здесь заключается в правилах игры в домино. Каждая кость домино имеет две половинки с числами от 0 до 6. При выкладывании костей в цепь, конец каждой кости должен соответствовать числу на предыдущей кости. Таким образом, если на конце цепи уже шестерка, то следующая кость должна иметь также шестерку на своем конце.

Интуиция здесь может подсказать, что так как шестерка уже на конце, следующая кость должна иметь ту же цифру на своем конце.

**Задание 3.** Обойдите ходом коня все 64 клетки шахматной доски, не побывав ни на одном поле дважды [228].

Задача имеет много решений. Два из них на рисунке.

43	48	45	14	5	18	9	12
46	51	42	19	10	13	4	17
49	44	47	6	15	2	11	8
52	41	50	1	20	7	16	3
55	64	53	40	27	36	21	32
58	61	56	35	22	31	26	37
63	54	59	28	39	24	33	30
60	57	62	23	34	29	38	25

34	41	38	45	48	43	64	59
39	46	33	42	37	60	55	50
32	35	40	47	44	49	58	63
27	22	31	36	61	56	51	54
30	17	28	23	8	53	62	57
21	26	19	16	13	4	9	52
18	29	24	7	2	11	14	5
25	20	1	12	15	6	3	10

Рисунок 17 - Клетки шахматной доски

Логика проявляется в понимании правил хода коня в шахматах. Конь может двигаться в буквально «букве L»: два клеточки в одном направлении и одну клеточку в другом. Это позволяет нам строить путь коня по доске.

Интуиция вступает в игру при выборе следующего хода коня. Хотя существует несколько методов для решения этой задачи (например, метод перебора или использование алгоритма), интуитивное понимание, куда должен двигаться конь на следующем шаге, помогает быстрее и эффективнее решить задачу.

Таким образом, для решения этой задачи необходимо использовать как логику, чтобы понять правила, так и интуицию, чтобы принимать решения о следующем ходе коня на основе этих правил.

**Задание 4.** Больному нужно принять 2 таблетки вида *A* и 2 таблетки вида *B* в течение двух дней. Необходимо принимать одновременно по одной

таблетке каждого вида. Больной нечаянно смешал все таблетки в кучку. Как ему быть?

В этой ситуации логика и интуиция могут сыграть важную роль.

Логика: Важно понять, что количество таблеток каждого вида должно быть одинаковым, чтобы принимать их одновременно. Поскольку больной должен принимать по одной таблетке каждого вида одновременно в течение двух дней, необходимо разделить все таблетки на две группы, содержащие одинаковое количество таблеток каждого вида. Затем каждую группу можно принять в разные дни.

Интуиция: В этом случае интуиция может подсказать, как разделить таблетки на две группы, чтобы они содержали равное количество таблеток каждого вида. Если таблетки были хорошо перемешаны, это может потребовать некоторой интуитивной оценки или просто случайного выбора таблеток.

Таким образом, для успешного решения этой задачи необходимо использовать и логику, и интуицию: логика помогает понять требования задачи, а интуиция может подсказать, как правильно разделить таблетки на две группы.

**Задание 5.** Сколько различных комбинаций из 5 букв можно составить из алфавита, состоящего из 26 букв? [229].

Количество возможных комбинаций равно  $26^5$ , что равно 11 881 376. Использование логики помогает нам применить соответствующую формулу для вычисления количества комбинаций, а интуиция позволяет нам понять суть задачи и понять, как каждая позиция в комбинации взаимодействует с другими.

**Задание 6.** Какова вероятность того, что если из колоды в 52 карты вытащить одну карту, то это будет туз? [230].

Для решения этой задачи нам понадобится как логика, так и знание основ вероятности.

Логика: В колоде из 52 карт всего 4 туза (по одному тузу каждой масти). Логически мы понимаем, что вероятность вытянуть туз будет зависеть от количества тузов в колоде и общего числа карт в колоде.

Интуиция: Интуитивно можно понять, что вероятность того, что первая вытаскиваемая карта будет тузом, зависит от того, сколько тузов находится в колоде относительно общего числа карт. Чем меньше карт в колоде, тем выше вероятность вытащить туза.

Таким образом, для решения задачи нам нужно использовать логику, чтобы понять, как число тузов влияет на вероятность, и интуицию, чтобы оценить вероятность на основе логического понимания ситуации. В данном случае вероятность вытянуть туз составляет 4 из 52, так как у нас 4 туза и общее количество карт в колоде составляет 52.



**Задание 7.** Сколько шариков нужно вытащить из корзины, чтобы гарантированно получить два шарика одного цвета, если в корзине находится 5 красных, 3 зеленых и 2 синих шарика? [231].

Эта задача связана с так называемой "задачей о ящиках и шарах" из комбинаторики и теории вероятностей.

Логика: Чтобы решить эту задачу, мы можем использовать противоположное событие. То есть нам нужно найти количество шариков, которые мы можем вытянуть из корзины, чтобы с уверенностью утверждать, что хотя бы два из них будут одного цвета. Это означает, что нам необходимо посчитать максимальное количество шариков разных цветов, которые могут быть вытянуты без гарантированного получения двух шариков одного цвета.

Интуиция: Интуитивно можно понять, что чем больше разноцветных шариков вытаскивается из корзины, тем больше вероятность, что среди них найдутся два шарика одного цвета. Также интуиция подсказывает, что вытаскивание шариков одного и того же цвета не увеличивает вероятность наличия двух шариков одного цвета.

Таким образом, логика помогает нам вычислить количество шариков, которые мы можем вытащить без гарантированного получения двух одноцветных шариков, а интуиция подсказывает, что добавление дополнительных шариков каждого цвета увеличивает вероятность получения двух шариков одного цвета.

В данном случае нам нужно вытянуть не менее 6 шариков, чтобы гарантированно получить два шарика одного цвета.

**Задание 8.** Какое количество зерен пшеницы нужно, чтобы заполнить весь шахматный доску?

Эта задача известна как "задача о жадном фермере" или "задача о расстановке пшеничных зерен на шахматной доске".

Логика: чтобы решить эту задачу, мы можем рассмотреть количество клеток на шахматной доске и затем вычислить количество зерен, удвоенное на каждом следующем квадрате. В шахматной доске 64 клетки (8x8), и каждый следующий квадрат содержит удвоенное количество зерен относительно предыдущего. Это позволяет нам применить логический подход к решению задачи.

Интуиция: интуитивно можно представить, что количество зерен, необходимое для заполнения всей шахматной доски, будет значительным, так как на каждом последующем квадрате количество зерен удваивается. Интуиция также подсказывает, что необходимо учесть все клетки на доске, чтобы получить точный ответ.

Таким образом, логика используется для вычисления количества зерен на каждом квадрате шахматной доски, а интуиция помогает понять, что это количество будет значительным из-за экспоненциального роста. Общее количество зерен на шахматной доске составляет  $2^{64} - 1$ .

### 2.3 Результаты педагогического эксперимента

Одним из ключевых этапов нашего исследования было анализирование и обобщение результатов педагогического эксперимента. Этот эксперимент был проведен с целью определения эффективности педагогических методов, направленных на развитие математической интуиции и логического мышления у учащихся, а также проверки доступности и эффективности предложенных рекомендаций.

В процессе исследования мы также смогли уточнить методики и стратегии развития математической интуиции и логического мышления у учеников, а также выявить наиболее эффективные средства и формы организации работы. В основе исследования лежали следующие требования: использование разнообразных методов для всестороннего подхода к решению поставленных задач; сохранение непрерывности учебного процесса школы в ходе эксперимента; обеспечение объективности и максимальной достоверности выводов [232].

Сравнение эффективности обучения в экспериментальных и контрольных классах велось по следующим показателям:

1) По объему и глубине усвоения программного материала (выборочно).

2) По результатам выполнения учащимися различных творческих задачи заданий, предусмотренных экспериментальной методикой.

Экспериментальная проверка основных положений исследования проводилась в период 2020-2023 годах.

Конкретными задачами педагогического эксперимента являлись:

1) Выявить, из каких источников получает знания ученик на современном уроке;

2) Выявить удельный вес творческих учебных заданий в самостоятельной работе учащихся на современном уроке в процессе развития математической интуиции и логики у учащихся, так и в процессе их применения.

3) Выявить характер творческих учебных задач (по образцу, в сходной ситуации, в новой ситуации) и самостоятельности при их выполнении.

В качестве базы для экспериментальной проверки основных положений исследований были избраны Назарбаев интеллектуальная школа химико-биологического направления г.Шымкент и средняя школа №4 им. Х.Досмухамедова и включал этапы: констатирующий, формирующий и контрольный.

Основной целью констатирующего эксперимента было выявление уровня развития интуитивных компонентов их математической деятельности. Определение смысла понятия «интуиция» и «логика» и сформированность этих понятий в математической деятельности.

Цель констатирующего эксперимента потребовала решение ряда задач:

1) Определить и уточнить термины интуиция, математическая интуиция, логика, развитие, системы учебных задач, математическая деятельность, творческая деятельность.

2) Изучить практические возможности учебных заданий (материалов) по проблеме интуиции.

3) Выявить, теоретически обосновать и проверить развитие логики и математической интуиции у учащихся.

До начала исследования был проведен контроль для определения сформированного уровня развития математической интуиции и логики у учащихся 7-8 классов. В ходе опытно-экспериментальной работы в контрольной группе 70, а в экспериментальной группе 77 учащихся принимали участие. Общее количество было 147 ученика.

На этапе констатирующего эксперимента был проведен контрольный срез, который позволил определить исходные уровни (сформированности) развития математической интуиции и логики у учащихся.

В результате получилась следующая картина: большая часть учащихся имеет низкий уровень проявления искомого качества, большинство учащихся имеет средний уровень проявления искомого качества и только незначительная часть имеет на продвинутом уровне развитую математическую интуицию и логику у учащихся.

В результате этого контроля были получены данные, показанные в таблице 1.

Таблица 1 - Результаты контроля до начала опытно-экспериментальной работы

№	Уровень подготовленности	Учащиеся	Данные учащихся во время контроля (до начала эксперимента)
1	Низкий	Контрольный	47%
		Экспериментальный	51%
2	Средний	Контрольный	34%
		Экспериментальный	32%
3	Высокий	Контрольный	19%
		Экспериментальный	17%

Как видно из таблицы разница в уровне подготовленности учащихся в контрольных и экспериментальных классах незначительная, что было взято в обязательном порядке.

Учащимися контрольных и экспериментальных классов были предложены разработанные нами для проверки уровня сформированности развития логики и математической интуиции система задач, в результате которых были определены уровень и степень развития их интуиции и логики на начало эксперимента.

На этапе констатирующего эксперимента была проведена контрольная работа и был проведен анализ результатов.

Учащимся были предложены следующие задачи:

1. Найти все целые числа  $x$  и  $y$ , для которых выполняется равенство  $10x + 14y - 58 = 2xy$ .
2. Вычислите сумму ряда.

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{225}\right)$$

3. Если  $xyz = 1$ , то найдите значение дроби.

$$\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx} = ?$$

4. Решите уравнение:

$$\frac{2x}{2x^2 - 5x + 3} + \frac{13x}{2x^2 + x + 3} = 6$$

5. Прямоугольник  $3 \times 9$ , разделенный на 27 единичных квадратиков, разрежали по линиям деления на 8 квадратов. Сколько каких квадратов получилось?

6. Можно ли из цифр 3,4,5,9,9 составить пятизначное число, являющиеся точным квадратом (квадратом натурального числа)?

Эти вопросы охватывают различные аспекты логики и математической интуиции и могут быть использованы для оценки этих навыков учащихся 7-8 классов.

После анализа результатов были получены следующие данные.

1. Большинство учащихся (51%) демонстрировали низкий уровень развития интуитивных навыков в математике. Они имели затруднения с формулированием гипотез о возможных путях решения задач, неудачно предсказывали результаты своих учебных действий и испытывали сложности с выбором наиболее эффективного способа решения задачи. В результате это затрудняло процесс выполнения заданий.

2. У 32% учащихся наблюдалось отсутствие логической последовательности в их рассуждениях при изложении решения задачи, а также недостаточная аргументация своих выводов. Они сталкивались с трудностями в выводе следствий из предложенных утверждений, обнаружении ошибок в рассуждениях, сравнении математических объектов и доказательстве математических утверждений.

3. Учащиеся сталкивались с особыми трудностями при решении задач, которые не имели определенного алгоритма действий. Они часто не рассматривали различные комбинации элементов задачи, предлагали ограниченное количество вариантов решения, а их ответы не отличались оригинальностью. В большинстве случаев учащиеся стремились использовать

известные алгоритмы решения, не прибегая к экспериментированию или творческому подходу. Эти трудности указывают на недостаточно развитые логическое мышление и математическую интуицию учащихся в их математической деятельности.

Проведенный анализ позволил нам сделать вывод о том, что для преодоления указанных недочетов в математической подготовке учащихся и повышения её уровня важно уделить особое внимание развитию логического мышления и математической интуиции в процессе их обучения математике.

Выводы констатирующего этапа эксперимента послужили отправной точкой для организации и проведения формирующего этапа (2021–2022 гг.), который направлен на выявление оптимальных условий и методов для развития логического мышления и математической интуиции учащихся в рамках учебного процесса. Для достижения поставленной цели необходимо было решить несколько задач: отобрать методики обучения, стимулирующие активное исследовательское участие учащихся; определить методы и подходы к организации учебных занятий, способствующие комплексному развитию их логического мышления и математической интуиции; систематизировать критерии отбора учебного материала, при решении которого ученики могут проявить соответствующие логические и интуитивные навыки [42, с. 1162].

В качестве методов исследования для формирующего этапа эксперимента были выбраны: анализ и синтез, абстрагирование и конкретизация, наблюдение, проведение анкетирования и опроса, беседы с учителями и учащимися, изучение результатов учебной деятельности учащихся [233].

Опытно-экспериментальная работа формирующего этапа проводилась на основе методических работ по использованию творческих учебных задач по развитию логики и математической интуиции у учащихся. На формирующем этапе эксперимента изначально общее количество участвующих учащихся было 150, в конечном контроле 147 учащихся.

Результаты контрольной работы констатирующего этапа дали нам возможность высказать мнение, что идея использования творческих учебных задач как дидактического средства, способствующего более успешному развитию логики и математической интуиции у учащихся, является релевантной.

На наш взгляд, обучение учащихся с непосредственным использованием творческих учебных задач повысить уровень развития логики и математической интуиции у учащихся, а вместе с тем поднимет их интерес к научным педагогическим инновациям и качеству образования в целом [40, с.11].

Отличительной особенностью опытно-экспериментальной работы на формирующем этапе явилось то, что в контрольных классах в учебном процессе на занятиях по математике применялась традиционная методика обучения, и лишь иногда имело место использование современных технологий, а в экспериментальных классах обучение проводилось в

подавляющем большинстве посредством использования творческих учебных задач.

Таблица 2 - Данные результатов формирующего этапа эксперимента

№	Уровень сформированности	Классы	Показатели сформированности		
			Начальный	I-этап	II-этап
1	Низкий	Контрольный	51%	49%	43%
		Экспериментальный	47%	41%	30%
2	Средний	Контрольный	32%	31%	28%
		Экспериментальный	34%	36%	31%
3	Высокий	Контрольный	17%	20%	29%
		Экспериментальный	19%	23%	39%

Результаты апробации проводились посредством проведения промежуточной диагностики, в рамках которой учитывались изменения в проявлениях того или иного компонента развития математической интуиции и логики у учащихся.

Для проведения итогов эксперимента мы провели следующий этап исследования – контрольный. Основной задачей контрольного этапа является определение уровня развития логики и математической интуиции у учащихся. Проверка итогов эксперимента проводилась как в контрольных, так и в экспериментальных классах. Использовались задания, аналогичные тем, что рассматривались во второй главе диссертации в пункте 2.2. Результаты контрольного эксперимента можно увидеть в следующей таблице 3.

Таблица 3 - Данные результатов контрольного этапа исследования

№	Уровень сформированности	Классы	Показатели сформированности			
			Начальный	I-этап	II-этап	III-этап
1	Низкий	Контрольный	51%	49%	43%	41%
		Экспериментальный	47%	41%	30%	17%
2	Средний	Контрольный	32%	31%	28%	29%
		Экспериментальный	34%	36%	31%	35%
3	Высокий	Контрольный	17%	20%	29%	30%
		Экспериментальный	19%	23%	39%	48%

По показателям контроля можно увидеть снижение низкого и повышение высокого уровней сформированности развития логики и математической интуиции у учащихся.

По данным двух диаграмм уровня сформированности развития логики и математической интуиции у учащихся в контрольных и экспериментальных классах можно увидеть разницу в их уровне сформированности развития логики и математической интуиции у учащихся.

Как видно из диаграмм, показатели высокого уровня в экспериментальных классах значительно повысилась (см. рисунок 18,19).

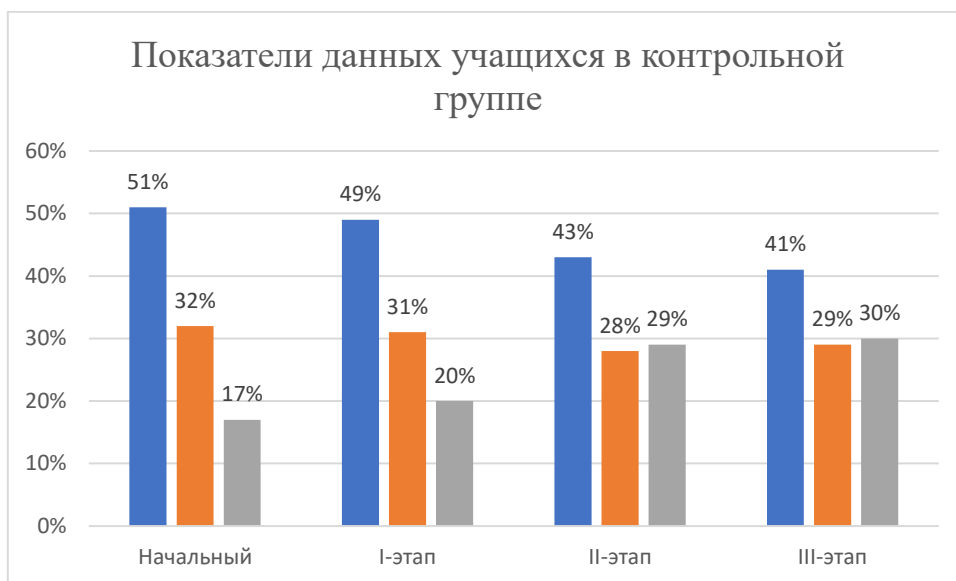


Рисунок 18 - Показатели данных учащихся в контрольной группе

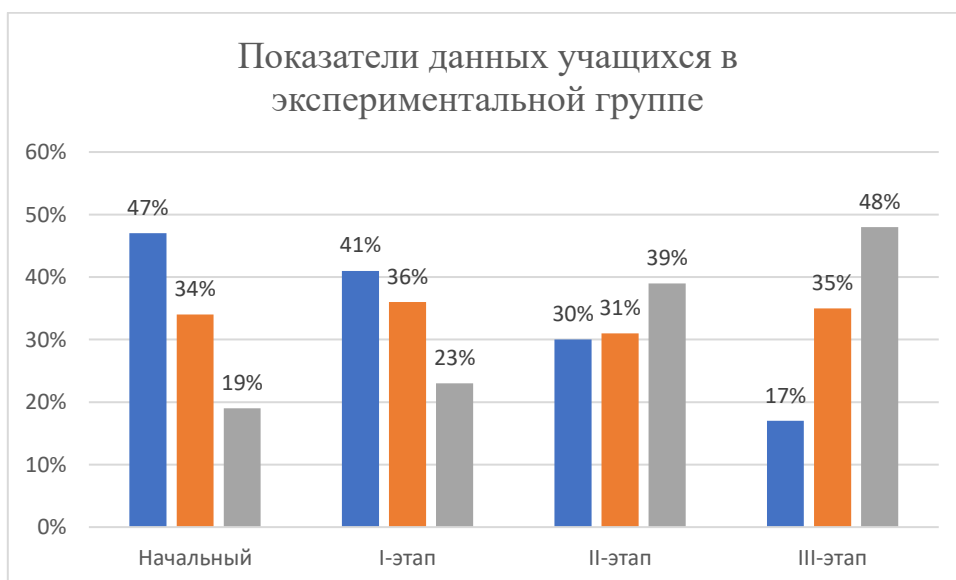


Рисунок 19 - Показатели данных учащихся в экспериментальной группе

Итак, в ходе опытно-экспериментальной работы, организованной нами в рамках настоящего исследования с целью проверить эффективность разработанной методики, нами были решены следующие задачи:

- были выявлены теоретические основы развития логики и математической интуиции у учащихся.

- представлены дидактические принципы для выбора творческих учебных заданий, способствующих формированию логики и математической интуиции у учащихся.

- предложена структурно-содержательная модель развития логики и математической интуиции у учащихся.

- разработаны и проверены на практике содержание и методика развития логики и математической интуиции у учащихся.

Изучение результатов практических экспериментов показывает значительные изменения в уровнях развития логического мышления и математической интуиции у учащихся. В экспериментальных классах по всем критериям модели эти изменения определены не случайными факторами, а являются результатом применения творческих учебных задач, разработанных нами [40, с. 12].

В результате проведенного эксперимента нами были сформулированы предварительные выводы:

1. При организации обучения необходимо создать условия, которые позволят учащимся активно включаться в математическую деятельность на индивидуальном уровне. Под руководством учителя они будут постепенно проходить через различные этапы творческого процесса: анализ задачи, сочетание логического и интуитивного поиска решения, выражение результатов поиска словами, их формализацию, а также обобщение полученного решения [234].

2. Чтобы учащиеся могли регулярно проходить через этапы математической деятельности, необходимо использовать методы и приемы, которые соответствуют их способностям и позволяют им активно включаться в учебный процесс. Эти методы должны основываться на возможности учащихся применять свой опыт при изучении материала и давать им возможность выбирать уровень сложности выполняемых заданий [235].

3. В процессе обучения математике учащихся необходимо использовать задачи, решение которых способствует развитию логики и математической интуиции.

В этом исследовании применялся количественный подход, который фокусируется на статистических, объективных измерениях и численном и математическом анализе данных, собранных с помощью опросов и анкет, или путем контроля уже существующих статистических данных с помощью вычислительных методов. Количественный подход, в отличие от других, т. е. качественный подход (опирающийся на нестатистические и числовые данные для анализа данных), подходит для этого исследования для достижения цели, поскольку этот подход основан на использовании статистических данных,



которые требуются в этом исследовании для оценки эффективности обучения в школе [236].

В контексте количественного подхода первичный источник данных используется для сбора данных от участников, поскольку этот источник сбора данных основан на сборе из первых рук, последней и обновленной информации о предмете или теме, в отличие от вторичного источника, в котором устаревшая информация опубликованные данные используются, преобразуются и формируются для достижения целей исследования. Следовательно, используя стратегию опроса, можно собрать необходимые данные для достижения целей исследования. Учитывая этический принцип, участники (учащиеся старших классов) информируются о цели исследования и получают их официальное одобрение.

Целевой группой были учащиеся 7-8 классов Назарбаев Интеллектуальной школы химии и биологии в Шымкенте. В исследовании использовалась выборка из 147 учащихся с использованием стратегии случайной выборки, которая оказалась очень полезной для этого исследования с точки зрения выбора выборки, при которой каждый имел равные шансы быть выбранным.

Для анализа данных использовались корреляционный, регрессионный и описательный анализ. Корреляционный анализ помог в оценке связи между переменными, в том числе (эффективность образования и математической интуиции и логики), тогда как регрессионный анализ оказался значимым в определении взаимосвязи между зависимыми и независимыми переменными. Аналогичным образом был проведен описательный анализ для количественного обобщения или описания характеристик собранных данных и анализа статистики [40, с. 12].

В основном, исследование было направлено на изучение развития логики и математической интуиции, критического мышления учащихся и способности решать задачи учащихся для повышения эффективности обучения старшеклассников. Кроме того, исследование призвано выявить взаимосвязь между логикой и математической интуицией, критическим мышлением учащихся, способностями учащихся к решению проблем и эффективностью учащихся. Для этого собраны данные 147 участников. Позже исследование проанализировало такие данные с помощью IBM SPSS STATISTICS для достижения целей. Установлено, что существует значительная и положительная связь между успеваемостью учащихся и способностями к логическому мышлению учащихся. Кроме того, отмечается положительная и умеренная взаимосвязь между критическим мышлением учащихся, способностями учащихся к решению проблем и эффективностью учащихся. С другой стороны, результат свидетельствует о положительном и значимом влиянии логики и математической интуиции, критического мышления учащихся и способности решать задачи на эффективность учащихся [40,с.13].

Эти статистические данные помогают в создании профиля участников. В текущем исследовании в следующей таблице 4 приведены демографические характеристики участников.

Таблица 4 - Демографические характеристики

Пол		Частота	Процент	Действительный процент	кумулятивный процент
Действительный	женский	26	17,7	17,7	17,7
	Мужской	120	81,6	81,6	99,3
	Предпочитаю не говорить	1	0,7	0,7	100,0
	Общий	147	100,0	100,0	
Возраст					
Действительный	12	30	20,4	20,4	20,4
	13	104	70,7	70,7	91,2
	14	13	8,8	8,8	100,0
	Общий	147	100,0	100,0	
Оценка					
Действительный	7-й	147	100,0	100,0	100,0

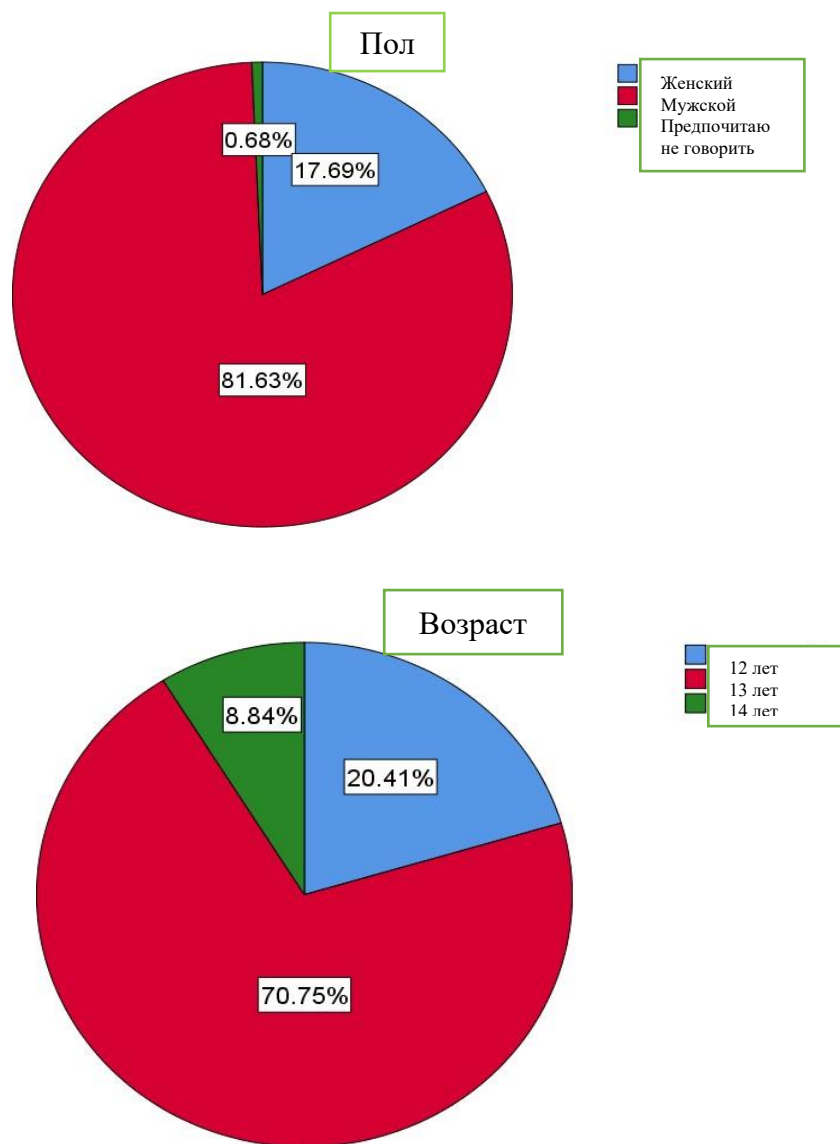


Рисунок 20 - Демографические характеристики

Во время формирующего этапа эксперимента определена способность учащихся решать задачи (таблица 5).

Таблица 5 - Способность учащихся решать задачи

Описательная статистика							
	Кол-во	Диапазон	Минимум	Максимум	Среднее значение	стандарт Отклонение	Дисперсия
	1	2	3	4	5	6	7
							8
E1	147	4	1	5	4.680272	0,640915	0,410773

Продолжение таблицы 5

1	2	3	4	5	6	7	8
E2	147	3	2	5	4.714286	0,619324	0,383562
E3	147	4	1	5	4.360544	0,87543	0,766378
E4	147	3	2	5	4.244898	0,856817	0,734135
(по списку )	147						

В основном мы обратили внимание на критическое мышление учащихся и описательную статистику (таблица 6).

Таблица 6 - Критическое мышление учащихся и описательная статистика

Описательная статистика							
		Диапазон	Минимум	Максимум	Сред значение	стандарт Отклонение	Дисперсия
E5	147	3	2	5	4.312925	0,783413	0,613736
E6	147	3	2	5	4.414966	0,817979	0,66909
E7	146	4	1	5	4.308219	0,898774	0,807794
E8	147	4	1	5	4.170068	1.016131	1.032523
	146						

Нами были анализированы логические рассуждения учащихся и описательная статистика (таблица 7).

Таблица 7 - Логические рассуждения учащихся и описательная статистика

Описательная статистика							
		Диапазон	Миниму м	Максим ум	Сред знач	стандарт Отклонение	Дисперсия
E9	147	3	2	5	4.401361	0,824786	0,680272
E10	147	4	1	5	3.632653	1.10467	1.220296
E11	147	4	1	5	4.22449	0,984788	0,969807
E12	147	4	1	5	4.061224	1.086811	1.181157
Действитель ный N (по списку)	147						

Нас интересовала ученическая эффективность и описательная статистика (таблица 8).

Таблица 8 - Ученическая эффективность и описательная статистика

Описательная статистика							
		Диапазон	Минимум	Максимум	Сред знач	стандарт Отклонение	Дисперсия
E13	147	3	2	5	4.231293	0,860615	0,740658
E14	147	3	2	5	4.714286	0,619324	0,383562
E15	146	4	1	5	4.308219	0,898774	0,807794
E16	147	4	1	5	3.632653	1.10467	1.220296
Действительный N (по списку)	146						

Нами была проверена надежность и достоверность данных (таблица 10)

Таблица 9 - Статистика надежности

Статистика надежности	
Альфа Кронбаха	N предметов
.780	16

По результатам проверки было обнаружено, что данные достоверны.

Составив матрицы корреляций, определили корреляции (таблица 11).

Таблица 10 - Корреляции

Корреляции					
		СРЗ	КМ	ЛМ	ЭРЗ
1		2	3	4	5
СРЗ	Корреляции Пирсона	1	.140	0,416**	0,449**
	Сиг. (2-ЗНАЧ)		0,090	.000	.000
	Общее количество	147	147	147	147
КМ	Корреляции Пирсона	.140	1	0,357**	0,586**
	Сиг. (2-знач)	0,090		.000	.000
	Общее количество	147	147	147	147

Продолжение таблицы 10

1		2	3	4	5
ЛМ	Корреляции Пирсона	0,416**	0,357**	1	0,745**
	Сиг. (2-знач)	.000	.000		.000
	Общее количество	147	147	147	147
ЭРЗ	Корреляции Пирсона	0,449**	0,586**	0,745**	1
	Сиг. (2-знач)	.000	.000	.000	
	Общее количество	147	147	147	147
Примечание: Корреляция значима на уровне 0,01 (двусторонняя).					

Установлено, что существует значительная и положительная связь между успеваемостью учащихся и способностями к логическому мышлению учащихся. Кроме того, отмечается положительная и умеренная взаимосвязь между критическим мышлением учащихся, способностями учащихся решать проблемы и эффективностью учащихся [40, с.9].

Далее определили результаты регрессии (таблица 12).

Таблица 11 - Регрессия

Резюме модели				
Модель	р	R-квадрат	Скорректированный квадрат R	Стандарт Ошибка
1	.835a	0,697	0,691	.28197
а. Предикторы: (константа), LGM, СТМ, PSAM				

Провели дисперсионный анализ (таблица 12).

Таблица 12 - Дисперсионный анализ

Дисперсионный анализ					
Модель	Сумма площадей	дф	Средний квадрат	Ф	Сиг.
Регрессия	26.191	3	8.730	109.805	.000b
Остаток	11.369	143	0,080		
Общий	37.560	146			
а. Зависимая переменная: SEM					
б. Предикторы: (константа), LGM, СТМ, PSAM					

Результат свидетельствует о положительном и значимом влиянии логики и математической интуиции, критического мышления учащихся и способности решать задачи на эффективность обучения учащихся [40, с 9-10].

На начальной стадии были отобраны экспериментальные (ЭК) и контрольные (КК) классы, 70 и 77 человек соответственно. Для этого анализировались результаты обучения учащихся за предыдущие годы, проводились консультации с психологами, учителями. Учитывалось, что условия обучения учащихся должны быть идентичными, то есть классы должны заниматься по одной программе.

Для определения уровня сформированности логики и математической интуиции у учащихся в процессе решения задач учащимся, была предложена письменная работа.

**Вариант письменной работы:**

1. Вычислите сумму ряда:

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110} + \frac{1}{132}.$$

2. Сократите дробь

$$\frac{171717}{252525}.$$

3. Решите уравнение  $\left(\frac{37}{21}x\right)^3 = p$ , если  $p = \frac{A+B}{2}$ , а

$$A = \frac{158^2 + 158 \cdot 185 + 185^2}{158 + 185}, B = \frac{158^2 - 158 \cdot 185 + 185^2}{185 - 158}.$$

4. Решите уравнение

$$2x^4 + 3x^3 - 16x^2 + 3x + 2 = 0.$$

5. Сколько ребер и сколько вершин у двадцатигранника, если в каждой его вершине сходятся по пять ребер и каждая грань - треугольник?

6. Сколько различных комбинаций из 5 букв можно составить из алфавита, состоящего из 26 букв?

Результаты письменной работы представлены в таблице 13.

Таблица 13 - Результаты выполнения письменной работы

	7 классы						8 классы					
	Низкий уровень		Средний уровень		Высокий уровень		Низкий уровень		Средний уровень		Высокий уровень	
ЭК	17	47%	10	34%	8	19%	18	49%	11	31%	6	20%
КК	20	51%	13	32%	6	17%	18	51%	13	34%	7	15%

Нами были выдвинуты гипотезы:

$H_0$  – уровень развития логики и математической интуиции у учащихся экспериментальных и контрольных классов одинаков;

$H_1$  – уровень развития логики и математической интуиции у учащихся экспериментальных и контрольных классов различен.

Для проверки гипотез использовался двусторонний вариант критерия  $\chi^2$  (хи – квадрат), так как в нашем исследовании выборки были случайными и независимыми, измеряемые свойства имели непрерывное распределение. Для расчета использовалась формула

$$T = \frac{1}{n_1 \cdot n_2} \sum_{i=1}^c \frac{(n_1 O_{2i} - n_2 O_{1i})^2}{O_{1i} + O_{2i}}, \quad (1)$$

где  $n_1$  – число учащихся в ЭК,  $n_2$  – число учащихся в КК,  $C$  – категории шкалы измерений ( $C=3$ ),  $O_{1i}$  – количество учащихся ЭК, выполнивших  $i$  заданий,  $O_{2i}$  – количество учащихся КК, выполнивших  $i$  заданий. Уровень значимости был выбран  $\alpha = 0,05$ , степень свободы – 2. Для данных показателей критическое значение  $T = 5,99$  [237].

$$T_7 = \frac{1}{35 \cdot 39} \left( \frac{(35 \cdot 20 - 39 \cdot 17)^2}{17 + 20} + \frac{(35 \cdot 13 - 39 \cdot 10)^2}{10 + 13} + \frac{(35 \cdot 6 - 39 \cdot 8)^2}{8 + 6} \right) \approx 0,706 < 5,99$$

$$T_8 = \frac{1}{35 \cdot 38} \left( \frac{(35 \cdot 18 - 38 \cdot 18)^2}{18 + 18} + \frac{(35 \cdot 13 - 38 \cdot 11)^2}{13 + 11} + \frac{(35 \cdot 7 - 38 \cdot 6)^2}{7 + 6} \right) \approx 0,604 < 5,99$$



Таким образом, гипотеза  $H_0$  не отклоняется и можно утверждать, что учащиеся экспериментальных и контрольных классов владеют логикой и математической интуицией на одинаковом уровне.

На основе результатов начального этапа эксперимента мы приступили к внедрению условий в учебный процесс по математике, способствующих развитию логики и математической интуиции у учащихся. Эти условия призваны улучшить результативность обучения. Путем применения различных методов решения проблемных ситуаций и метода последовательного установления связей с объектом изучения, учащиеся активно взаимодействовали с учителем и другими учениками для обнаружения, обоснования и преобразования математических знаний. На этапе обобщения и систематизации знаний учащиеся широко анализировали теоретический материал и выделяли основные идеи для последующего сведения их в блоки.

Этот метод обучения включал в себя процесс анализа выполненной работы, определение того, как полученные знания могут быть использованы для будущего изучения теоретического материала, а также постановку конкретных целей и задач с выделением необходимых средств для их достижения.

Для проведения уроков в экспериментальных группах были разработаны методические рекомендации, комплекс творческих учебных заданий, самостоятельные работы, внедрено электронное учебное пособие, которая содержит задачи по разделам математики, направленные на развитие логики и математической интуиции у учащихся.

Влияние разработанной методики на повышение качества и эффективности обучения в экспериментальных классах оценивалась по данным контрольных работ и тестов с помощью двустороннего критерия  $\chi^2$ .

Таблица 14 - Результаты повторного выполнения письменной работы

	7 классы						8 классы					
	Низкий уровень		Средний уровень		Высокий уровень		Низкий уровень		Средний уровень		Высокий уровень	
ЭК	6	7%	19	54%	10	29%	7	20%	17	49%	11	31%
КК	18	6%	14	36%	7	18%	20	53%	12	32%	6	15%

$$T_7 = \frac{1}{35 \cdot 39} \left( \frac{(35 \cdot 18 - 39 \cdot 6)^2}{6 + 18} + \frac{(35 \cdot 14 - 39 \cdot 19)^2}{19 + 14} + \frac{(35 \cdot 7 - 39 \cdot 10)^2}{10 + 7} \right) \\ \approx 7.09 > 5.99$$

$$T_8 = \frac{1}{35 \cdot 38} \left( \frac{(35 \cdot 20 - 38 \cdot 7)^2}{7 + 20} + \frac{(35 \cdot 12 - 38 \cdot 17)^2}{17 + 12} + \frac{(35 \cdot 6 - 38 \cdot 11)^2}{11 + 6} \right) \\ \approx 8.48 > 5.99 \\ T_7 > T_{\text{крит}}, \quad T_8 > T_{\text{крит}}$$

Из приведенных расчетов видно, что полученные значения больше критического. Поэтому гипотеза  $H_0$  отклоняется и принимается гипотеза  $H_1$ .

Таким образом, анализ данных показал, что наблюдаемые различия между экспериментальными и контрольными классами имеют статистическую значимость. Эти различия объясняются применением модели обучения математике, которая способствует развитию логики и математической интуиции у учащихся. Полученные результаты подтверждают гипотезу исследования, свидетельствуя об эффективности развития логики и математической интуиции у учащихся.

Установлено, что существует значительная и положительная связь между успеваемостью учащихся и способностями к логическому мышлению учащихся. Кроме того, отмечается положительная и умеренная взаимосвязь между критическим мышлением учащихся, способностями учащихся решать задачи.

## **Выводы по второй главе**

Во второй главе «Методика развития логики и математической интуиции у учащихся» раскрыта методика развития логики и математической интуиции у учащихся 7-8 классов. Выделены требования к содержанию и характеру творческих учебных заданий. Эти требования реализованы при составлении соответствующей системы творческих учебных заданий, которая состоит из четырех групп: развивающих, познавательных, ориентационных и практических.

Описана методика и приведены результаты экспериментального исследования по развитию логики и математической интуиции у учащихся.

Разработаны различные типы творческих учебных заданий, таких как задания, вопросом которых придан проблемный характер; задачи, допускающие различные способы решения; задания, одинаковые по содержанию, но различные по способу решения; задания с лишними данными; задания с заведомо неправильными данным; задания, выполнение которых предполагает синтез различных видов деятельности; задания межпредметного характера; прикладные и исследовательские задания, благоприятно воздействует на развитие логического мышления и интуиции у учащихся.

Разработан комплекс творческих учебных заданий по четырем разделам математики «Числа», «Алгебра», «Геометрия», «Статистика», направленный на развитие логики и математической интуиции у учащихся и создано электронно-методическое пособие «Творческие учебные задания по развитию математической интуиции и логики у учащихся». Данная программа представляет собой инновационный метод обучения математике, основанный на использовании интерактивных заданий, способствующих формированию творческого мышления и развитию интуиции и логики учащихся.

Особенности электронного учебника включают в себя:

- наличие интерактивных заданий, способствующих формированию творческого мышления у учащихся, которые могут решать в онлайн-режиме;
- возможность индивидуальной работы учащихся с учебником, что позволяет каждому ученику работать в своем темпе и на своем уровне;
- разнообразие математических задач и примеров по разделам математики, что позволяет учащимся лучше понимать материал и развивать свои математические навыки;
- возможность мгновенной проверки заданий и получения обратной связи, что позволяет учащимся лучше понимать свои ошибки и исправлять их в процессе обучения.

Разработаны критерии отбора задач для развития математической интуиции у учащихся:

1. Сложность задачи.
2. Абстрактность задачи.
3. Связь с реальными примерами.
4. Подходящие стратегии решения.

5. Разнообразие математических областей.
6. Возможность для самоконтроля.

Система учебных заданий обычно включает разнообразные типы задач, постепенно усложняющиеся и предоставляющие возможность применения различных математических навыков.

Выделены дидактические условия, которым должна отвечать система творческих учебных заданий:

1. Целевая направленность.
2. Адаптированность.
3. Разнообразие типов заданий.
4. Структурированность.

Рассмотрены возможные пути развития логики и математической интуиции у учащихся на уроках математики:

1. Использование различных видов творческих учебных заданий на уроках математики.
2. Применение игр и игровых ситуаций в обучении математике.
3. Работа с моделями и конкретными примерами.

Выработаны критерии для определения уровня сформированности и развития математической интуиции:

1. Гибкость интуитивного мышления;
2. Интуитивное понимание учебного материала;
3. Способность и креативность интуитивного мышления;
4. Самоуверенность в собственных взглядах;
5. Способность к саморегуляции;
6. Адаптация к решению новых задач.

Рассмотрены различные виды творческих учебных заданий и методика их решения:

- задания, вопросам которых придан проблемный характер;
- задания, требующие от учеников использование логических принципов и рассуждений;
- задания, требующие от ученика создавать гипотезу о закономерности и использовать логические рассуждения;
- задания, требующие от ученика анализа, оценки и сравнения различных вариантов;
- задания, способствующие развитию креативности и имеющие несколько возможных путей и методов;
- задания, требующие от ученика создание гипотез и предположений, а также использование логических рассуждений, приводящих к правильному ответу;
- задания с недостающими данными;
- задания, требующие знание способа группировки;
- задания с неправильными данными;

- нестандартные задания, развивающие навыки программирования мышления;
- задания межпредметного характера;
- задания для работы в группах и коллективное решение задач.

Проведен эксперимент с целью определения эффективности педагогических методов, направленных на развитие математической интуиции и логического мышления у учащихся, а также проверки доступности и эффективности предложенных рекомендаций.

В ходе опытно-экспериментальной работы, организованной нами в рамках настоящего исследования с целью проверить эффективность разработанной методики, были решены следующие задачи:

- были выявлены теоретические основы развития логики и математической интуиции у учащихся.
- представлены дидактические принципы для выбора творческих учебных заданий, способствующих формированию логики и математической интуиции у учащихся.
- предложена структурно-содержательная модель развития логики и математической интуиции у учащихся.
- разработаны и проверены на практике содержание и методика развития логики и математической интуиции у учащихся.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенного исследования по проблеме развития логики и математической интуиции у учащихся и осуществления педагогического эксперимента можно сделать общие выводы:

Подведены итоги работы, обосновано теоретическое значение полученных результатов, определены аспекты дальнейшего изучения проблемы. В современной образовательной среде важной задачей является развитие логики и математической интуиции у учащихся, что способствует формированию глубокого понимания математических концепций, развитию критического мышления и способности к творческому решению задач.

Анализ психолого-педагогической литературы показал, что еще обширное исследование на тему развития логики и математической интуиции в контексте обучения математике не проведено.

Поэтому результаты нашего исследования имеют важное практическое значение для педагогов, образовательных организаций и образовательной системы в целом.

Мы в своем исследовании в соответствии с его целями и задачами получили следующие результаты:

*1. Изучить анализ взглядов зарубежных и отечественных авторов по проблеме развития логики и математической интуиции у учащихся.*

Изучены взгляды ведущие зарубежных и казахстанских педагогов и психологов, таких как Ж. Пойа, А. Пуанкаре, А.Н. Колмогоров, а также отечественных исследователей, включая Д. Рахымбека, Т. Маликова и Н.К. Султанову, которые внесли значительный вклад в развитие идей и подходов к формированию творческого мышления, способностей и интуиции учащихся. Их исследования и методы активно применяются в образовательной практике для поддержки творческого развития и саморазвития личности. Особое внимание уделяется проблемам творческого развития, где выделяются работы по развитию творческих способностей, мышления и интуиции, например, исследования В.И. Андреева, Д.Б. Богоявленской и В.А. Крутецкого. Вопросами развития логического и умственного мышления занимались как отечественные, так и зарубежные ученые, включая Л.С. Выготского, А.Н. Леонтьева, А.З. Зака и других, чьи исследования затрагивают аспекты педагогики и психологии, а также их влияние на образовательный процесс. В последние годы большое внимание уделяется изучению интуиции, чему способствовали публикации зарубежных и отечественных авторов, таких как Ж. Пойа, В. Асмус и Д.И. Блохинцев. В Казахстане психолого-педагогические аспекты логики и математической интуиции активно исследуются и развиваются, что нашло отражение в работах ученых, таких как Д. Рахымбек, Т. Маликов, Н.К. Султанова и Б.А. Тургынбаева.

## *2. Определить дидактические условия развития логики и математической интуиции в математическом творчестве.*

Для определения дидактических условий развития логики и математической интуиции в математическом творчестве необходимо учитывать, что дидактические условия представляют собой факторы успешности обучения, позволяющие достичь более высоких результатов без снижения общего уровня образования. Успешность их выделения зависит от четкого определения целей обучения, понимания необходимости реализации комплекса условий и их системной взаимосвязи, а также учета того, что на определенных этапах обучения дидактические условия могут становиться результатом, достигнутым в процессе их реализации. На основе анализа дидактических подходов была разработана система творческих учебных заданий, учитывающая логику учебного предмета, психологические механизмы развития мыслительных операций и позволяющая планомерно развивать логику и математическую интуицию у учащихся 7–8 классов. В рамках данной системы выделены три ключевых требования: последовательность заданий должна соответствовать этапам развития логики и интуиции, содержание заданий должно быть направлено на достижение целей каждого этапа, а характер заданий должен обеспечивать уровень мыслительной деятельности, адекватный целям этапа. Такой подход обеспечивает системное и индивидуально ориентированное развитие логики и математической интуиции учащихся в процессе обучения.

## *3. Разработать творческие учебные задания, позволяющих реализовать методику по развитию логики и математической интуиции у учащихся.*

В результате исследования нами была разработана система творческих учебных заданий, которая включает четыре группы: развивающие, познавательные, ориентационные и практические задания. Реализация данной системы позволяет учитывать индивидуальные особенности учащихся, развивать их творческий потенциал и математическую интуицию, что, в свою очередь, способствует повышению качества обучения. Система творческих заданий включает разнообразные типы, такие как задания с проблемными вопросами, задания с различными способами решения, задания с лишними или заведомо неправильными данными, межпредметные задания, а также прикладные и исследовательские задачи. Каждый тип заданий направлен на развитие определенных умений, что благоприятно сказывается на формировании логического мышления и математической интуиции.

В основе системы лежат ключевые дидактические условия: целевая направленность заданий на достижение конкретных целей и задач, адаптация заданий к возрастным и индивидуальным особенностям учащихся, разнообразие типов заданий для обеспечения многогранного подхода к обучению и структурированность, позволяющая последовательно развивать логику и математическую интуицию. Примеры разработанных заданий включают формулирование утверждений и их доказательство разными способами, выявление связей между математическими объектами,

составление и доказательство обратных теорем, извлечение следствий из основной теоремы, обоснование дополнительных построений и обобщение условий задачи. Предложенная система творческих заданий способствует формированию навыков математического творчества, развивает критическое мышление и обеспечивает условия для эффективного освоения учебного материала.

*4. Экспериментально проверить эффективность методики развития логики и математической интуиции у учащихся на основе творческих учебных заданий и продемонстрировать ее результаты.*

В рамках исследования была проведена экспериментальная проверка эффективности разработанной методики развития логики и математической интуиции у учащихся с использованием системы творческих учебных заданий. Эксперимент проводился на базе Назарбаев Интеллектуальной школы химико-биологического направления г. Шымкент и средней школы №4 им. Х. Досмухамедова и включал констатирующий, формирующий и контрольный этапы. В процессе исследования были уточнены методики и стратегии, выявлены наиболее эффективные средства и формы организации работы, а также определены дидактические принципы для выбора творческих заданий. Разработанный подход был проверен на практике, и результаты показали статистически значимые различия между экспериментальными и контрольными классами, подтверждающие эффективность предложенной методики. Анализ данных продемонстрировал значительную положительную связь между уровнем логического мышления учащихся и их успеваемостью, а также умеренную связь между критическим мышлением и способностями к решению задач. Полученные результаты свидетельствуют об успешности применения разработанной системы творческих заданий для развития логики и математической интуиции, подтверждая гипотезу исследования и демонстрируя значительный вклад методики в повышение качества математического образования.

На основе полученных результатов пришли к выводу, что развитие логики и математической интуиции у учащихся имеет непосредственное практическое значение для образования. Результаты нашего исследования могут быть использованы учителями школ для разработки заданий, направленных на развитие логического мышления и математической интуиции у учащихся, а также для создания более эффективных методик преподавания математики, способствующих глубокому пониманию учебного материала.



## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Закон «Об образовании» Республики Казахстан. (с изменениями и дополнениями по состоянию на 01.01.2024 г.) [https://online.zakon.kz/Document/?doc\\_id=30118747](https://online.zakon.kz/Document/?doc_id=30118747) 10.02.2024.
- 2 Об утверждении национального проекта «Образованная нация. Качественное образование». Постановление Правительства Республики Казахстан от 22 сентября 2023 года № 828 <https://adilet.zan.kz/kaz/docs/P2300000828#z8> 26.10.2024.
- 3 «Об утверждении концепции развития дошкольного, среднего, технического и профессионального образования в Республике Казахстан на 2023-2029 годы» о внесении изменений и дополнений в постановление Правительства Республики Казахстан от 24- 28 марта 2023 г. Постановление Правительства Республики Казахстан от 13 июня 2024 года № 465. <https://adilet.zan.kz/rus/docs/P2300000249> 05.07.2023.
- 4 Об утверждении Концепции развития высшего образования и науки в Республике Казахстан на 2023-2029 годы. Постановление Правительства Республики Казахстан от 28 марта 2023 года № 248. <https://adilet.zan.kz/rus/docs/P2300000248> 04.04.2023.
- 5 Об утверждении Концепции развития науки Республики Казахстан на 2022 - 2026 годы. Постановление Правительства Республики Казахстан от 25 мая 2022 года № 336. <https://adilet.zan.kz/rus/docs/P2200000336/> 10.01.2023.
- 6 Кирсанов А.А., Зайцева Ж.А. Развитие творческой активности учащихся в педагогическом процессе – Казань : [Б. и.], 1995. – 103 с.
- 7 Андреев В.И. Эвристика для творческого саморазвития. - Казань, 1994. – 247 с.
- 8 Богоявленская Д.Б. Психология творческих способностей. [Текст]: Учеб. Пособ. Для студ. ВУЗов - М.: Издат. Центр «Академия», 2002. – 320 с.
- 9 Куликова Л. Н. Взаимопонимание субъектов педагогического процесса как ценность образования // Сибирский педагогический журнал. – 2009. – №. 2. – С. 166-179.
- 10 Вилькеев Д.В. и др. Дидактическая система формирования профессионально значимых личностных качеств у студентов-будущих менеджеров: автореф. дис. ...канд. пед. наук: 13.00. 01. – Казань, 2003.
- 11 Калмыкова З.И. Развивает ли продуктивное мышление система обучения ВФ Шаталова // Вопросы психологии. – 1987. – №. 2. – С. 71-80.
- 12 Богоявленская Д.Б. Теоретико-методологические основания раскрытия природы одаренности // М.: – 2018. – Т. 20. –21 с.
- 13 Залуцкая С.Ю. Развитие творческой активности обучающихся в контексте эстетического воспитания // Наука и школа. – 2012. – №. 2. – С. 135-139.
- 14 Крутецкий В. А. Педагогические способности //учебник для учащихся пед. училищ // Психология.– М.: Просвещение. – 1980. – С. 339-343.

15 Моляко В.А. Психологический анализ творческого потенциала МА Врубеля // Психология творчества: школа ЯА Пономарева. – 2006. – С. 394-407.

16 Ратнер Ф.Л., Губайдуллина Р.Н. Проблемы и барьеры одаренных детей // Вестник Томского государственного педагогического университета. – 2014. – №. 5 (146). – С. 105-109.

17 Рахымбек Д., Юнусов А.А. Методические аспекты формирования приемов учебной работы у школьников // Международный журнал экспериментального образования. – 2014. – №. 3-1. – С. 49-53.

18 Куанова С.Б. Негізгі мектепте математиканы сапалы математика турғысынан оқыту арқылы оқушылардың логикалық ойлауын дамыту: автореф. дисс. ... пед. ғыл. канд.: 13.00.02 - Тараз, 2001.

19 Рахымбек Д. Оқушылардың логика-методологиялық білімдерін жетілдіру. Алматы, 1998. – Б.18-25.

20 Менликожаева С.К. Математиканы оқытуда оқушылардың дедуктивтік-аксиоматикалық ой-өрісін дамытудың әдістемелік ерекшеліктері: пед. ғылым. канд... дисс.: 13.00.02 - Алматы, 2000.

21 Столяр А.А. Воспитание логического мышления учащихся на уроках геометрии: дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.01. – Саратов, 1950.

22 Никольская И.Л. Привитие логической грамотности при обучении математике // Преемственность в обучении математике. – М.: Просвещение, 1978.

23 Аблова А.Е. Формирование элементов логико-алгоритмической культуры учащихся в процессе обучения математике в начальной школе // Начальная школа, 1991. - №10 – С.24-35.

24 Маланюк Е.П. Формирование логической грамотности учащихся 1-5 классов в процессе обучения: дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.01. – Киев, 1997.

25 Удовенко Л.Н. Развитие логической культуры учащихся 5-6 классов средствами логического конструирования при обучении математике: дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.01 – М.: 1996.

26 Кондрашенкова Т.А. Методика формирования общелогических умений при обучении математике в 4-5 классах: дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.01. – М.: 1981.

27 Кирилюк Л.В. Развитие творческого геометрического воображения и логико-математического мышления учащихся 7-9 классов, осуществляемое на систематически подобранных нестандартных задачах: дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.01. – Грондо, 1968.

28 Леонтьев А. Проблемы развития психики. – Litres, 2022. – 576 с.

29 Зак А.З. Как определить уровень развития мышления школьника. – 1982. – 185 с.

30 Маликов Т.С. Соотношение интуиции и логики в процессе обучения математике в средней школе: дисс. ... док. пед. наук: 13.00.02. - Кокшетау, 2005. – 283 с.

- 31 Пуанкаре А. Последние мысли. – В кн.: Пуанкаре А. О науке. – М.: 1983. – 560 с.
- 32 Пойа Д. Математическое открытие.– М.: Наука, 1970. – 452 с.
- 33 Блохинцев, Д.И. Проблемы изучения интуиции. Вопросы психологии. 1996. - №4. – С. 37-48.
- 34 Гартман Д.С., Калитко С.А., Некрасов Д.Д. Формирование компетенции в области самоорганизации и саморазвития личности у обучающихся // Тенденции развития науки и образования. – 2021. – №. 80. – 38 с.
- 35 Асмус В.Ф. Проблема интуиции в философии и математике: очерк истории: XVII- нач.ХХв.в. - М.: УРСС, 2004. – 311 с.
- 36 Рахымбек Д. Научно-методические основы подготовки будущих учителей математики к работе по совершенствованию логикометодологических знаний учащихся: дис. ...док.пед.наук: 13.00.02. – Алматы, 1998. – 336 с.
- 37 Маликов Т. С. Интуиция в формировании математических понятий // Science Time. – 2015. – №. 1 (13). – С. 320-324.
- 38 Султанова Н.К. Развитие творческих способностей школьников младших классов // Наука, образование, общество. – 2014. – №. 2. –98 с.
- 39 Тургынбаева Б. А. Формирование творческого потенциала учителей в системе повышения квалификации: дисс. ...док. пед. наук: 13.00.02. – Алматы, 2006. – 145 с.
- 40 Popova Y., Abdualiyeva M., Torebek Y., Yelshibekov N. and Omashova G. Improving the effectiveness of senior graders' education based on the development of mathematical intuition and logic: Kazakhstan's experience. Front. Educ. – 2022. - №7 – 986093 p. doi: 10.3389/feduc.2022.986093
- 41 W. de Neys and G. Pennycook. “Logic, fast and slow: Advances in dual-process theorizing,” *Current Directions in Psychological Science*. - 2019. - Vol. 28, № 5. – P. 503–509. Oct., doi: 10.1177/0963721419855658
- 42 Popova Y., Abdualiyeva M., Torebek Y., Saidakhmetov P. Factors propelling mathematics learning: insights from a quantitative empirical study. *International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE)*. - 2024 - Vol. 13, №. 2. - P. 1159~1172. ISSN: 2252-8822, DOI: 10.11591/ijere.v13i2.27322
- 43 Артеменко А.В. Развиваем логическое мышление // Проблемы педагогики. – 2021. – №. 1 (52). – С. 51-52.
- 44 Мухамбеталиев К.М. Логика. КаГЗУ, 2002. – 32 б.
- 45 Блонский П.П. Избранные педагогические и психологические сочинения в двух томах. – Педагогика, 1979. – 400 с.
- 46 Рахымбек Д. Ең бастысы – пәндік білімдерді игерту. // Қазақстан мектеп. Алматы.: 2007 - №9. – Б. 125-131.
- 47 Байшуакова М. Оқушыны ойлауға үйрету // Бастауыш мектеп. – Алматы.: 2004. - №11. – 49 б.
- 48 Люблинская А.А. Учителю о психологии младшего школьника: Пособие для учителя. – М.: Просвещение, 1977. – 224 с.

- 49 Выготский Л.С. Мышление и речь. Психика, сознание, бессознательное. – М.: Изд-во «Лабиринт», 2000. – 368 с.
- 50 Кириллов, В. И. Логика : учебник / В. И. Кириллов, А. А. Старченко. – 6-е изд., перераб. и доп. – Москва : Проспект, 2015. – 233 с.
- 51 Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. – Просвещение, 1968. – 352 с.
- 52 Паламарчук В.Ф. Школа учит мыслить: Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1979. – 144 с.
- 53 Паламарчук В. Ф. Дидактические основы формирования мышления учащихся в процессе обучения. – 1984. – 192 с.
- 54 Мирошниченко А.А., Александрова И.Н. Школьные программы воспитания: диагностичность и информативность // Современные наукоемкие технологии. – 2023. – №. 7. – С. 172-180.
- 55 Якиманская И.С. Знания и мышление школьника . – М.: Знание, 1985. – 78 с.
- 56 Матасов Ю.Т. Изучение мыслительной деятельности учащихся вспомогательной школы. – 1991. – 168 с.
- 57 Попова Ю.И., Абдуалиева М.А. Развитие математической интуиции и логики у учащихся через решение задач // Ясауи университетінің хабаршысы. – 2022. – №4 (126). – С. 225–234. <https://doi.org/10.47526/2022-4/2664-0686.19>
- 58 Сефибеков С.Р. Учитель, умея направлять ученика // Математика в школе. – 1991. – №5. – С. 50– 52.
- 59 Слепкань З. И. Психолого-педагогические основы обучения математике: метод. пособие. – К.: Рад. школа, 2018. – 192 с.
- 60 Щукина Г.И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе. – М.: Просвещение, 2019. – 77 с.
- 61 Descartes R. Rules for the direction of the mind. In J. Cottingham, R. Stoothoff, & D. Murdoch (Eds.), The philosophical writings of Descartes. Cambridge University Press. - 1955. - Vol. 1. - P. 25-73.
- 62 Пономарев Я. А. Противоречие в структуре репрезентации задачи как условие возникновения инсайта // Психологический журнал. – 2016. – Т. 37, №. 1. – С. 61-68.
- 63 Александрова Т. С. Методика развития математической деятельности младших школьников // Мир науки. Педагогика и психология. – 2016. – Т. 4, №. 4. –1 с.
- 64 Грузенберг С. О. Гений и творчество. – 2009. – 320 с.
- 65 Кармин Н. С., Хайкин Е. П. Творческая интуиция в науке. – М.: Наука, 1971. – 168 с.
- 66 Налчаджян А.А. Некоторые психологические и философские проблемы интуитивного познания:(интуиция в процессе научного творчества). – Mysl', 1972. – 224 с.

- 67 Бирюков В.Д. Место и роль интуиции в познавательной-планирующей деятельности военачальника: автореф. дис. ...канд.филос.наук: 09.00.00 – М.: 1975. – 230 с.
- 68 Лук А. Н. Психология творчества / Академия наук СССР. – М.: Наука, 1978. – 127 с.
- 69 де Бройль Л. Роль любопытства, игр, воображения и интуиции в научном исследовании // Тропами науки, М.: «Издательство иностранной литературы». – 1962. – С. 292-295.
- 70 Cantor G. Contributions to the Founding of the Theory of Transfinite Numbers (Dover Publications, Inc., 1955). – 248 p.
- 71 Sosa E. Experimental philosophy and philosophical intuition // Philosophical studies. – 2007. – Т. 132. – Р. 99-107.
- 72 Михалёв С. В. О соотношении науки и философии в мировоззрении ПА Флоренского // Вопросы философии. – 1999. – №. 5. – С. 151-156.
- 73 Колмогоров А. Н. Математика. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит, 1988. – 320 с.
- 74 Адамар Ж. Исследование психологии изобретения в области математики / под ред. И.Б. Погребысского. — М.: Советское радио, 1970. – 152 с.
- 75 Дьедонне Ж., Интуиция А. И. М. Абстракция и математическая интуиция. 1975. – 240 с.
- 76 Клайн М. Математика. Утрата определенности - М.: Мир, 1984. – 434 с.
- 77 Peña R. The Role of Intuition in Mathematics. — *Philosophia Mathematica*. – 2012. – Vol.20, Issue 1. - P. 89–114.
- 78 Маликов Т.С. Соотношение интуиции и логики в математике и ее обучении: монография. – Алматы: НИЦ «Гылым», 2002. – 166 с.
- 79 Бондаренко А.В. Становление и развитие понятия интуиции // *НОМОТНЕТІКА: Философия. Социология. Право*. – 2010. – Т. 14, №. 20 (91). – С. 196-203.
- 80 Немов Р.С. Психология // Кн.1 Общие основы психологии. - 3-е изд.- М.: Гуманит. Изд. Центр ВЛАДОС, 1997. – 688 с.
- 81 Зинченко В.П. Психологические основы педагогики. Психолого - педагогические основы построения системы развивающего обучения Д.Б.Эльконина – В.В.Давыдова учеб. Пособ. – М.: Гардарики, 2002. – 431 с.
- 82 Асмус В. Ф. Проблема интуиции в философии и математике. – М.: Наука, 1965. – 285 с.
- 83 Лук А. Н. Психология творчества / Академия наук СССР. – М.: Наука, 1978. – 127 с.
- 84 Гурова Л.Л. Психология мышления – М.: ПЕРСЭ, 2005. – 136 с.
- 85 Васильева И.В., Григорьев П.Е. Анализ междисциплинарных подходов исследования интуиции // *Гуманитарно-педагогическое образование*. – 2018. – Т. 4, №. 2. – С. 13-21.

86 Кротова В. Н. Интегрированный подход к развитию интуитивных, логических и творческих компонентов математической деятельности старшеклассников The integrated approach to development of the intuitive, logical and creative components of the mathematical active of the student's // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Педагогика. – 2009. – №. 3. – С. 46-50.

87 Рожкова С. В. Взгляды отечественных и зарубежных ученых на проблему изучения креативного мышления // Личностное и профессиональное развитие будущего специалиста: материалы XII Международной научно-практической конференции Internet-конференции. – 2016. –71 с.

88 Шарипбаев Н. Ю. и др. Творческая деятельность как основа развития // Экономика и социум. – 2022. – №. 5-2 (92). – С. 837-840.

89 Слостенин В. А. Педагогическая деятельность как творческий процесс // Сибирский педагогический журнал. – 2005. – №. 4. – С. 3-13.

90 Дружинина В.Н. Интеллект, креативность, обучаемость: ресурсный подход (о развитии идей ВН Дружинина) // Психологический журнал. – 2015. – Т. 36, №. 5. – С. 5-14.

91 Далингер В. Методика обучения математике. Поисково-исследовательская деятельность учащихся 2-е изд., испр. и доп. Учебник и практикум для вузов. – Litres, 2020. – 416 с.

92 Гоголев Б. Б. Основы теории знания: учебное пособие. – М.: Гардарики, 2004. – 271 с.

93 Зотова Т. В. Развитие интеллектуальных операций познавательных способностей школьников в учебной деятельности // Системогенез учебной и профессиональной деятельности: материалы VII Международной научно-практической конференции. – 2015. – С. 58-59.

94 Губанова Е. О. Неявное знание: сущность и виды // Знание. Понимание. Умение. – 2010. – №. 4. – С. 253-256.

95 Степин В. С., Елсуков А. Н. Методы научного познания. – 1974. М.: Мысль, 1974. – 215 с.

96 Когаловский С.Р. Математическая деятельность как деятельность метапредметная // Вестник Ивановского государственного университета. Серия: Гуманитарные науки. – 2014. – №. 3. – С. 55-63.

97 Донченко Н. А. Организационно-эвристическое обеспечение обновления образовательного процесса: дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.01 – Общая педагогика, история педагогики и образования. — Красноярск: Н. А. Донченко, 2005. – 350 с.

98 Томский Г.В. Математическая культура и математическая деятельность // Bulletin de l'Académie Internationale Concorde. – 2018. – №. 3. – С. 16-23.

99 Позднякова Е.В. Математическая деятельность как основа моделирования ключевых универсальных учебных действий учащихся основной школы // Continuum. Математика. Информатика. Образование. – 2022. – №. 2. –26 с.

- 100 Мак Кормик П. Технологическая конъюнктура, этическая инновация и способность видеть истину в «Эко-этике» // Вопросы философии. 2011. - № 10. – 80 с.
- 101 Баранец Н.Г. О научном творчестве в курсе «История и философия науки» // Эпистемология & философия науки. 2007. – № 3. – 78 с.
- 102 Пуанкаре А. О науке. – Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 352 с.
- 103 Fischbein E. The Interaction between The Formal, The Algorithmic and The Intuitive Components in A Mathematical Activity. In R.Biehler, R.W. Scholz, R. Straser, & B. Winkelmann (Eds.). In the book: Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline. – Dordrecht: Kluwer Academic, 1994. – P. 231–245.
- 104 Маликов Т. С. Интуиция в формировании математических понятий // Science Time. – 2015. – №. 1 (13). – С. 320–324.
- 105 Целищев В. В. Рациональность и математическая интуиция // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Философия. – 2007. – Т. 5, №. 2. – С. 3–8.
- 106 Боулер Д. Математическое мышление: книга для родителей и учителей. — М.: Манн, Иванов и Фербер, 2019. – 304 с.
- 107 Блинова В. Л., Блинова Л. Ф. Детская одаренность: теория и практика: учебно-методическое пособие. — Казань: ТГГПУ, 2010. – 140 с.
- 108 Ипполитова Н., Стерхова Н. Анализ понятия «педагогические условия»: сущность, классификация // General and professional education. – 2012. – №. 1. – С. 8–14.
- 109 Киселева Ю. В. Дидактические условия и этапы формирования учебной деятельности младших школьников // Мир науки, культуры, образования. – 2011. – №. 1. – С. 259–262.
- 110 Батяева Т. А. Математическая интуиция: возможность развития // ЦИТИСЭ. – 2015. – №. 2. – С. 46–46.
- 111 Лямзин М.А., Сапронов В.А. К проблеме классификации современных средств обучения // Человеческий капитал. – 2018. – №. 4. – С. 100–110.
- 112 Иванова Т. А. Теоретические основы гуманитаризации общего математического образования: дис. ... док. пед. наук: 13.00.02. – Нижний Новгород, 1998. – 354 с.
- 113 Образцов П. И., Ахулкова А. И., Черниченко О. Ф. Проектирование и конструирование профессионально-ориентированной технологии обучения. – 2003. – 198 с.
- 114 Минкина Ф. Ф. Критическое мышление учащихся и педагогические способы его формирования: (на материале обществоведческих дисциплин). – 2000. – 142 с.
- 115 Маслова А. В. Рациональность и интуиция в научном познании - М.: ИФ РАН. – 2016. – 224 с.
- 116 Кузина Е. Б. О понятии доказательства // Логические исследования. – 2018. – Т. 24, №. 2. – С. 100–107.

117 Забегалина С. В. Специфика обработки информации в процессе интуитивного мышления и прогнозирования // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2011. – Т. 4, №. 1 (33). – С. 123–128.

118 Dreyfus H. L. Intelligence without representation—Merleau-Ponty's critique of mental representation: The relevance of phenomenology to scientific explanation. *Phenomenology and the Cognitive Sciences*. - 2002. - 1(4). – P. 367–383.

119 Литвинова А.Л. Роль интуиции в научном познании // *Философия о предмете и субъекте научного познания.* / Под ред. Караваева Э.Ф., Разеева Д.Н. – СПб.: Санкт-Петербургское философское общество, 2002. – С.135–150.

120 Мусийчук С.В. Интуиция как проблема синтеза концепций: рациональное и иррациональное в познании // *Общество: философия, история, культура.* – 2014. – №. 1. – С. 17-24.

121 Горбунова Г. А. Проблема формирования творческих способностей обучающихся в зарубежной и отечественной психологии // *Современные проблемы науки и образования.* – 2013. – №. 6. – С. 234–234.

122 Стоцкая Т. Г. Проблема интуиции в научном познании // *Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Философия.* – 2019. – №. 1. – С. 129–136.

123 Козырева И.Н. Интуитивное понимание математического доказательства // *Topical issues of practice and science.* – 2021. – Т. 26. – 440 с.

124 Андропова О. В. Формирование критического мышления учащихся при обучении математике в основной школе // *Ярославль.* – 2010. – 200с.

125 Гурье Л.И. и др. Интегративные основы инновационного образовательного процесса в высшей профессиональной школе: монография. - М.: ВИНТИ. – 2006. – 21 с.

126 Бодряков В. Ю. Когнитивно-деятельностный подход в обучении математике // *Когнитивные исследования в образовании.* – 2019. – С. 101–108.

127 Лебедев И. Б., Чуманов Ю. В. Интуитивное мышление как феномен человеческой психики // *Человеческий капитал.* – 2014. – №. 8. – С. 67–70.

128 Рудакова О. А. Феноменологический подход в изучении научного мышления // *Гуманитарные науки.* – 2018. – №. 4 (44). – С. 141–145.

129 Бусыгина Н. Качественные и количественные методы исследований в психологии. Учебник для бакалавриата и магистратуры. – Litres, 2021. – 280 с.

130 Канн С.Ю. Изучение взаимосвязи креативности общения и креативности мышления студентов: дисс. ...канд.психол. наук: 19.00.07. – Рязань, 1997.

131 Переверзева Н. Ю. Роль интуиции в принятии социально значимых решений: социально-философский аспект : дис. – Переверзева НЮ–М., 2007.– 22 с.



132 Камалова О. Н. Исследование эмоций и интуиции в современной философии и науке // Гуманитарные и социально-экономические науки. – 2007. – №. 6. – С. 70–74.

133 Герасимова И. А. Феномен аргументации // Epistemology & Philosophy of Science. – 2009. – Т. 21, №. 3. – С. 5–13.

134 Рошин С. П., Барбашова Н. А. Творческое воображение, сущность содержания // Международный научно-исследовательский журнал. – 2019. – №. 5-2 (83). – С. 63–66.

135 Еровенко В.А., Демьянко С. В. «Максима чистого разума» и культурологическая составляющая математического знания // Адукацыя і выхаванне. – 2009. – №. 2. – С. 52–58.

136 Батяева Т. А. Интуиция в математическом творчестве // Вестник науки и образования. – 2023. – №. 5-1 (136). – С. 49–54.

137 Гильманшина С. И. Профессиональное мышление учителя как научно-педагогическая основа современного развивающего естественнонаучного образования школьников // Теория и практика развивающего образования школьников. – 2015. – С. 139-151.

138 Яшин Б. Л. Интуиция в математике: роль и значение // Проблемы онто-гносеологического обоснования математических и естественных наук. – 2019. – №. 10. – С. 88–96.

139 Исаева Ю. А. и др. Коллективная творческая деятельность среди школьников: теоретические аспекты и реализация // Школа-вуз: проблемы и перспективы развития. – 2022. – С. 101–109.

140 Первун О. Е. Поисково-исследовательские задачи как средство развития математических способностей учащихся классов с углубленным изучением математики : дис. ...канд.пед.наук. 13.00.02. – Киев, 2009. – 151 с.

141 Пиаже Ж. Психология интеллекта. – Piter, 2003. – 79 с.

142 Болотова А., Молчанова О. Психология развития и возрастная психология. Учебное пособие. – Litres, 2015. – 180 с.

143 Зарин А. Комплексное психолого-педагогическое обследование ребенка с проблемами в развитии. Учебное пособие для вузов. – Litres, 2022. – 162 с.

144 Дорохова О. А. Первые педагогические проекты реализации на практике теории множественного интеллекта Говарда Гарднера // Агроинженерия. – 2014. – №. 4. – С. 147-150.

145 Асфаров О. Г. Современные научные психолого-педагогические подходы к пониманию творческой личности // Наука. Инновации. Технологии. – 2009. – №. 5. – С. 33-39.

146 Tall D. Mathematical intuition, with special reference to limiting processes // Proceedings of the Fourth International Conference for the Psychology of Mathematics Education. – 1980. – Т. 12. – С. 151-169.

147 Epp S. S. The role of proof in problem solving // Mathematical thinking and problem solving. – Routledge, 2016. – С. 257–286.

148 Пуанкаре А. Избранные труды. – М.: Наука, 1971. – 370 с.

- 149 Гурова Л. Психология мышления. – Litres, 2015. – 144 с.
- 150 Глотова Г. А., Фомина Н. Г. Семиотико-синергетический подход к исследованию интуиции // Психологический вестник Уральского государственного университета. Вып. 3. – 2002. – С. 64 – 88.
- 151 Пойа Д. Математическое открытие. – М.: Наука, 1976. – Т. 402. – 400 с.
- 152 Кротова В. Н. Интегрированный подход к развитию интуитивных, логических и творческих компонентов математической деятельности старшеклассников. The integrated approach to development of the intuitive, logical and creative components of the mathematical active of the student's // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Педагогика. – 2009. – №. 3. – С. 46-50.
- 153 Вертгеймер М., Латушкин С. Д. Продуктивное мышление. – Рипол Классик, 1987. – 212 с.
- 154 Ростовцев А. С. Развитие креативных свойств мышления учащихся 10-11 классов при решении нестандартных математических задач // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. ИЯ Яковлева. – 2019. – №. 4 (104). – С. 220–226.
- 155 Алексеенко Д.П., Лыхина И.А., Гинятулина К.А. Развитие интуитивного мышления на уроках математики // В состав редакционной коллегии и организационного комитета входят. – 2018. – 294 с.
- 156 Далингер В. А. и др. Методика развивающего обучения математике. – М.: Юрайт, 2019. – 297 с.
- 157 Боженкова Л. И. Познавательные универсальные учебные действия в обучении математике // Наука и школа. – 2016. – №. 1. – С. 54-60.
- 158 Дорофеев А. В. и др. Формирование компетенций самостоятельной познавательной деятельности в курсе математики // Проблемы и перспективы информатизации физико-математического образования: Материалы Всерос. науч.-практ. конф., г. Елабуга. – 2016. – Т. 14. – С. 29–33.
- 159 Умматова М., Ахмедова Г., Махмудова О. Практическая направленность в обучении математике // Теория и практика современных гуманитарных и естественных наук. – 2014. – С. 106–108.
- 160 Устаджалилова Х. А., Мелиева Х. Развитие творческих способностей учащихся на уроках математики с применением информационных технологий // Теория и практика современных гуманитарных и естественных наук. – 2015. – С. 56–58.
- 161 Казанцева В. Ю. Решение учебных задач как фактор развития эвристического мышления учащихся // Улан-Удэ. – 2004. – Т. 22. – 6 с.
- 162 Chen, J., & Zhou, Y. The relationship between mathematical problem solving and mathematical creativity. International Journal of Science and Mathematics Education. - 2015. – Vol. 13(6). – P. 1397–1415.
- 163 Moseley D., Elliott L., & Gregson R. Improving mathematics problem solving skills for students with learning disabilities. Learning Disabilities. // A Contemporary Journal. - 2016. - 14(2). – P. 89–103.

164 Утёмов В. Развитие креативности учащихся основной школы. Решая задачи открытого типа. – Litres, 2022. – 141 с.

165 Попова Ю., Абдуалиева М.А. Формирование математической интуиции и логики у учащихся как средство повышения результативности обучения // Вестник Торайгыров университета, Педагогическая серия. – 2023. - №1. – С. 202-2011. <https://doi.org/10.48081/SxuP7169>

166 Добрецова Н. В., Инц И. Г. Учебно-методический комплекс-неотъемлемая часть профессиональной деятельности педагога: учеб.-метод. пособие //Сборник «Педагогические ориентиры успеха», ГОУ СПб ГДТЮ. – 2004. – С. 55-70.

167 Ильясов И. И. Система эвристических приемов решения задач. – Алматы: Наука, 1992. – 143 с.

168 Смирнова А. А. Метод варьирования текстовых задач по математике как средство повышения осознанных знаний учащихся // Известия Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. – 2006. – Т. 4, №. 22. – С.203–208.

169 Федин С. Н., Дворянинов С. В. Задачи с пропусками в условии, но с ответом // Математика в школе. – 2012. – №. 7. – С. 18–25.

170 Майкова Н. С. Виды ошибок учащихся при обучении решению геометрических задач, их причины и способы предупреждения // Известия Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. – 2008. – №. 73-2. – С. 113–118.

171 Электронный учебник «Творческие учебные задания по развитию математической интуиции и логики у учащихся». – Шымкент, 2023.

172 Шингарёва М.В. Принципы и критерии отбора содержания компетентностноориентированных задач по учебной дисциплине // Агроинженерия. – 2014. – №. 1. – С. 113–115.

173 Темербекова А. А., Чугунова И. В., Байгонакова Г. А. Методика обучения математике. – Санкт-Петербург.: Изд-во Лань, 2015. – 512 с.

174 Джанкулова А. И., Жумагуль Ш. Развитие творческих способностей учащихся // Материалы III международной научно-практической конференции 10–11 апреля 2013 года. – 2013. –25 с.

175 Камалеева А. Р. Психолого-дидактические условия формирования умений и навыков обучающихся в процессе обучения предметам естественнонаучного цикла // Актуальные проблемы инновационного педагогического образования. – 2018. – №. 3. – С. 5–18.

176 Об утверждении государственных общеобязательных стандартов дошкольного воспитания и обучения, начального, основного среднего и общего среднего, технического и профессионального, послесреднего образования. Приказ Министра просвещения Республики Казахстан от 3 августа 2022 года № 348. Зарегистрирован в Министерстве юстиции Республики Казахстан 5 августа 2022 года № 29031 <https://adilet.zan.kz/rus/docs/V2200029031> 15.09.2022.

177 Бузнякова А. А., Макаrenchенко М. Г., Сидорякина В. В. Основные принципы построения объяснения доказательства теоремы школьного курса математики // Вестник Таганрогского института имени АП Чехова. – 2017. – №. 1. – С. 179–184.

178 Батищев В. И. и др. Аппроксимационный подход к решению обратных задач анализа и интерпретации экспериментальных данных // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. – 2006. – №. 40. – С. 57–65.

179 Матвеева Т.В. Дидактическая игра как средство развития познавательного интереса учащихся на уроках математики // Новая наука: Опыт, традиции, инновации. – 2017. – Т. 2, №. 4. – С. 58–61.

180 Бекмуратова С.Я. Основные характеристики математического мышления и пример прикладной задачи, влияющие на её развитие // International scientific review of the problems of philisophy, psychology and pedagogy. – 2018. – С. 100–108.

181 Левицкая Т. Е., Богомаз С. А., Залевский Г. В. К проблеме гибкости творческого мышления учащихся // Сибирский психологический журнал. – 2000. – №. 12. – С. 54–58.

182 Брейтигам Э. К. Интеграция рационального и интуитивного опыта как средство обеспечения понимания учебного материала по математике // Современные проблемы науки и образования. – 2015. – №. 1-1. – С. 931–931.

183 Баранова Л. В. О проблемах исследования креативного мышления // Гаудеамус. – 2004. – Т. 2, №. 6. – С. 161–168.

184 Масловец О.А. Позитивное самоотношение как критерий толерантности старших школьников // Гуманизация образования. – 2008. – №. 4. – С. 67–73.

185 Кожина О. В., Чибискова О. В. Проблемы развития способности к саморегуляции и самоорганизации у старшеклассников // Системная психология и социология. – 2013. – №. 7. – С. 51–58.

186 Зайцева Л. В. Методы и модели адаптации к учащимся в системах компьютерного обучения // Образовательные технологии и общество. – 2003. – Т. 6, №. 4. – С. 204–211.

187 Орлов А. И., Орлов А. А. О методах принятия решений, основанных на использовании интуиции // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – 2022. – №. 179. – С. 178–196.

188 Екимова М. А. Развитие логического мышления учащихся 5-7 классов посредством обучения решению задач с геометрическим содержанием: дисс. ...канд. пед. наук: 13.00.02. – Новосибирск, 2002. – 178 с.

189 Фирер А. В. Развитие познавательных универсальных учебных действий учащихся основной школы при обучении понятиям функциональной линии алгебры средствами визуализации: дис. ...канд.пед.наук.: 13.00.02. – Омск, 2018. – 225 с.

- 190 Саглам Ф. А., Ханмурзина Р. Р. Применение дидактических игр в развитии логического мышления обучающихся в системе дополнительного образования // Педагогическое образование и наука. – 2020. – №. 4. – С. 131–136.
- 191 Попова Т. Г. Система задач, направленная на развитие комбинаторно-логического мышления старшеклассников. Математика. 10–11 класс. – Санкт-Петербург, 2018. – 75 с.
- 192 Tukhtasinov D. Development of logical thinking of pupils of 5-9th grades in the lessons of mathematics // Zbiór artykułów naukowych recenzowanych. – 2018. – Т. 209, №. 22. – Р. 586–587. (на английском языке)
- 193 Сурничева М.Л. Создание проблемных ситуаций при изучении начального курса математики : дис. ...канд.пед.наук.: 13.00.02. – Сибирский федеральный университет, 2016. – 235 с.
- 194 Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворов С.Б. Алгебра. 7 класс : учебник для общеобразоват. учреждений - М.: Просвещение, 2020. – 320 с.
- 195 Радченко В. П. Сюжетные задачи с недостающими данными и развитие мышления обучающихся // Образование: ресурсы развития. Вестник ЛОИРО. – 2016. – №. 2. – С. 46–48.
- 196 Ильясов И. И. Система эвристических приемов решения задач. – Москва, 1992. – 138 с.
- 197 Анапин Б. Ж., Абжапбаров А. Роль аналогии в обучении математике // Научные труды ЮКГУ им. М. Ауэзова. – 2020. – №. 2. – С. 115–118.
- 198 Богун В. В., Осташков В. Н., Смирнов Е. И. Наглядное моделирование в обучении математике: теория и практика: Учебное пособие. –Ярославль, Изд-во: ЯГПУ, 2007. – 454 с.
- 199 Горев П. Приобщение к математическому творчеству. Дополнительное математическое образование. – Litres, 2022. – 150 с.
- 200 Гумеров И.С. Педагогические условия развития творческих способностей учащихся в системе непрерывного математического образования // Вестник Башкирского университета. – 2009. – Т. 14, №. 4. – С. 1575-1577.
- 201 Амирджанова И.Ю. Развитие пространственного мышления школьников при решении геометрических задач // Современные тенденции развития науки и технологий. – 2017. – №. 3–9. –75 с.
- 202 Кузнецов И. Н. и др. Настольная книга практикующего педагога. - М.: ГроссМедиа. – 2008.
- 203 Серегин Г. М. О мониторинге понимания учебного материала // Идеи и идеалы. – 2012. – Т. 1, №. 3. – С. 134-140.
- 204 Тарасова О.А. Предупреждение типичных ошибок учащихся в процессе обучения алгебре посредством формирования и использования рефлексивной деятельности: дис. ...канд. пед. наук: 13.00.02. Новосибирск. – 2004. – 221 с.

- 205 Петерсон Л. Г. и др. Методические рекомендации к. – Москва, 2017. – 83 с.
- 206 Звонарев С. В. Основы математического моделирования: учебное пособие. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2019. — 112 с.
- 207 Виленкин Н. Я. и др. Учебное пособие для студентов пед. Институты. – М.: Просвещение, 1977. – 352 с.
- 208 Тестов В.А. О некоторых видах метапредметных результатов обучения математике // Образование и наука. – 2016. – №. 1 (130). – С. 4-20.
- 209 Чеботарева Н. А. Межпредметные связи географии и математики // География и геоэкология на службе науки и инновационного образования. – 2016. – С. 203-205.
- 210 Салаватова С. С., Солощенко М. Ю. Краеведческий материал как средство реализации межпредметных связей в обучении школьников математике //Фундаментальные исследования. – 2015. – №. 2-11. – С. 2478-2482.
- 211 Обухов А.С., Ловягин С.А. Задания для практики STEM-образования: от суммы частных задач и учебных дисциплин к целостному деятельностному междисциплинарному подходу // Исследователь/Researcher. – 2020. – №. 2 (30). – С. 63-82.
- 212 Шульга Т. К. Актуальность использования межпредметных связей в курсах математики и физики в средней школе // Вестник Таганрогского института имени А.П. Чехова. – 2017. – №. 1. – С. 282–287.
- 213 Далингер В. А. Контекстные задачи как средство реализации прикладной направленности школьного курса математики // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2013. – №. 10-1. – С. 112–113.
- 214 Носков М.В., Попова В.В. Реализация межпредметных связей математики и информатики в современном учебном процессе // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. ВП Астафьева. – 2015. – №. 1 (31). – С. 65–68.
- 215 Дранишникова Л.И., Епифанова И.Г., Плотникова М.Н. Формирование познавательных универсальных учебных действий на уроках химии через решение учебных задач межпредметного содержания // Наука и школа. – 2012. – №. 5. – С. 77–80.
- 216 Самсонова М.В., Ефимов В.В. Технология и методы коллективного решения проблем.: Учебное пособие. Ульяновск: УлГТУ, 2003. – 152 с.
- 217 Бурмистрова Е., Мануйлова Л. Методы организации исследовательской и проектной деятельности обучающихся. Учебное пособие для вузов. – Litres, 2022. – 110 с.
- 218 Баркович О.А. Особенности психолого-педагогического взаимодействия в процессе обучения студентов математике // Актуальные проблемы педагогических исследований. – 2020. – С. 7–10.

- 219 Крылова О., Бойцова Е. Технология формирующего оценивания в современной школе. Учебно-методическое пособие. – Litres, 2022. – 199 с.
- 220 Зверева А. Т. Современные средства оценивания результатов обучения: Учебно-методическое пособие. – Курган: Изд-во Курганского гос. ун-та, 2011. – 116 с.
- 221 Чумакова С. П. Использование учебных творческих заданий в начальных классах: Методические рекомендации. – Могилев: МГУ им. А.А. Кулешова, 2003. – 27 с.
- 222 Дудковская И. А. Проектирование курса математической логики с целью формирования компетентности будущих учителей математики : дис. ... кан.пед.наук.: 13.00.02. – Новосибирск : Новосиб. гос. пед. ун-т, 2004.
- 223 Власова К. Н. и др. Геометрическая и волновая оптика. – 1992. – 352 с.
- 224 Трошин В. 220 текстовых задач. Переправы. Переливания. Покупки. Время. Календарь. Часы. – Litres, 2022. – 220 с.
- 225 Канель-Белов А., Ковальджи А. Как решают нестандартные задачи. – Litres, 2022. – 90 с.
- 226 Файн Т. А. Исследовательский подход в обучении-технология формирования исследовательской культуры обучающихся в современной школе // Теория, практика и перспективы развития современной школы. – 2017. – С. 69–82.
- 227 Совертков П. И. Выстраивание эвристик в олимпиадном задании для развития критического мышления // Северный регион: наука, образование, культура. – 2013. – №. 2 (28). – С. 106–115.
- 228 Спивак А. В. Математический кружок. – М.: Изд-во механико-математического факультета и центра прикладных исследований, 2001. – 72 с.
- 229 Анашкина, И.В. Комбинаторика. Учебно-методическое пособие: / И.В. Анашкина; АНПОО «Тамбовский колледж социокультурных технологий». – Тамбов: Изд-во ООО Орион, 2016. – 27 с.
- 230 Пахомова Е. Г. и др. Индивидуальные задания по теории вероятностей: Методические указания. – Томск: Изд-во ТПУ, 2009. – 75 с.
- 231 Чеботаревская Т. М., Николаева В.В., Бондарева Л.А. Нестандартные задачи для младших школьников. – Могилев, 1997. – 110 с.
- 232 Шамова Т. И. и др. Современные средства оценивания результатов обучения // Москва: Московский пед. гос. ун-т. – 2005. – 342 с.
- 233 Горовая В. Научно-исследовательская работа. Учебное пособие для вузов. – Litres, 2021. – 104 с.
- 234 Боженкова Л. И. Методическая система обучения геометрии, ориентированная на интеллектуальное воспитание учащихся общеобразовательной школы. - М.: МПГУ, 2007. – 400 с.
- 235 Иванова Л. Ф. Инновационные условия развития профессиональной компетентности учителя // Инновации в образовании. – 2003. – №. 4. – С. 69–80.

236 Гуцыкова С. Метод экспертных оценок. Теория и практика. – Litres, 2015. – 161 с.

237 Баяк О., Исаева М., Самсонкин М. Практикум по анализу данных на языках Python и R. – Litres, 2022. – 101 с.



# ПРИЛОЖЕНИЕ А

## Свидетельство о получении авторского права

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ  РЕСПУБЛИКА КАЗАХСТАН

**СВИДЕТЕЛЬСТВО**  
О ВНЕСЕНИИ СВЕДЕНИЙ В ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РЕЕСТР  
ПРАВ НА ОБЪЕКТЫ, ОХРАНЯЕМЫЕ АВТОРСКИМ ПРАВОМ

№ 34154 от «30» марта 2023 года

Фамилия, имя, отчество, (если оно указано в документе, удостоверяющем личность) автора (ов):  
**ПОПОВА ЮЛИЯ ИГОРЕВНА**

Вид объекта авторского права: **программа для ЭВМ**

Название объекта: **«Творческие учебные задания по развитию математической интуиции и логики у учащихся»**

Дата создания объекта: **29.03.2023**





Құжат түпнұсқасын <http://www.kazpatent.kz/rz> сайтының  
"Авторлық құқық" бөлімінде тексеруге болады. <https://copyright.kazpatent.kz>

Подлинность документа возможно проверить на сайте [kazpatent.kz](http://kazpatent.kz)  
в разделе «Авторское право» <https://copyright.kazpatent.kz>

Подписано ЭЦП Е. Оспанов



## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

### Акт внедрения в учебный процесс

Ф.7.07-17

СОГЛАСОВАНО

Проректор по НИР и ИИ  
ЮКУ им. М. Ауэзова  
Сулейменов А.С.  
«30» 03 2023ж.



УТВЕРЖДАЮ

Директор «Назарбаев интеллектуальной  
школы химико-биологического направления»  
г. Шымкент  
Буксукбаев К.С.  
«03» 2023ж.



АКТ №336 от 30.03.2023г.  
внедрения результатов научно-исследовательской работы в производство  
для гуманитарных и педагогических специальностей

Настоящий акт составлен по итогам научно-исследовательской работы, выполненной на кафедре «Математики» Высшей школы «Естественных наук и педагогики» докторантом 3-курса Поповой Ю.И. в 2023 году.

Настоящим актом подтверждается, что результаты НИР внедрены в учебный процесс в качестве использования дополнительного средства в обучении математике, а именно программа для ЭВМ «Творческие учебные задания по развитию математической интуиции и логики у учащихся» (для учеников 7-8 классов).

Выполнила: Попова Ю.И. под руководством доктора PhD., доцента М.А. Абдуалиевой

Внедрены в учебный процесс:

Задачи, направленные на развитие логики и интуиции у учащихся по разделам:

- 1) «Числа»
- 2) «Алгебра»
- 3) «Геометрия»
- 4) «Статистика»

Предмет: Математика 7-8 класса

- 1) Приложение: АКТ испытания (акт апробации)

от ВУЗа

Научный  
руководитель Абдуалиева М.А.

Директор ДАН Назарбек У.Б.

«30» 03 2023ж.


от учреждения образования


Учитель математики  
Ибрагимов А.Н.

Методист Жоргабаев Г.Е.

**АКТ испытания (акт апробации)**

Настоящий акт составлен по итогам научно-исследовательской работы, выполненной на кафедре «Математики» Высшей школы «Естественных наук и педагогики» в 2023 году докторантом 3- курса Попова Ю.И. под руководством доктора PhD., доцента М.А. Абдуалиевой. В период 2020-2023 гг. результаты научных исследований Ю.И. Поповой были использованы для развития математической интуиции и логики у учащихся в школе на основе программы для ЭВМ, разработанной под названием "Творческие учебные задания по развитию математической интуиции и логики у учащихся" (для учеников 7-8 класса) и реализованной через обучение на практике в Назарбаев интеллектуальной школе химико-биологического направления г. Шымкент. В процессе работы в этой программе ученики продемонстрировали более высокий уровень развития математической интуиции и логики и улучшенное понимание материала. Программа "Творческие учебные задания по развитию математической интуиции и логики у учащихся" была внедрена в учебный процесс в качестве вспомогательного материала для обучения математике и была успешно протестирована на практике в 7-8 классах и проверена на высокую эффективность.

Выполнила:  
  
Попова Ю.И.

Учитель математики «Назарбаев  
интеллектуальной школы химико-  
биологического направления» г.Шымкент .  
  
Ибрагимова А.Н.  
«20» 03 2023 ж.

# ПРИЛОЖЕНИЕ В

## Акт внедрения в учебный процесс

Ф.7.07-17

СОГЛАСОВАНО

Проректор по НР и И  
ЮКУ им. М. Ауэзова  
Сулейменов У.С.  
« 27 » 04 2023 г.



УТВЕРЖДАЮ

Директор средней школы №4  
им. Х. Досмухамедова г. Шымкент  
Манкеева Д.С.  
« 27 » 04 2023 ж.



АКТ N 300 от 27.04.23

### внедрения результатов научно-исследовательской работы в производство для гуманитарных и педагогических специальностей

Настоящий акт составлен по итогам научно-исследовательской работы, выполненной на кафедре «Математики» Высшей школы «Естественных наук и педагогики» докторантом 3-курса Поповой Ю.И. в 2023 году.

Настоящим актом подтверждается, что результаты НИР внедрены в учебный процесс в качестве использования дополнительного средства в обучении математике, а именно программа для ЭВМ «Творческие учебные задания по развитию математической интуиции и логики у учащихся» (для учеников 7-8 классов).

Выполнила: Попова Ю.И. под руководством доктора PhD., доцента М.А. Абдуалиевой

Внедрены в учебный процесс:

Задачи, направленные на развитие логики и интуиции у учащихся по разделам:

- 1) «Числа»
- 2) «Алгебра»,
- 3) «Геометрия»
- 4) «Статистика»

Предмет: Математика 7-8 класса

- 1) Приложение: АКТ испытания (акт апробации)

от ВУЗа

Научный  
руководитель Абдуалиева М.А.

Директор ДАН Назарбек У.Б.

« 27 » 04 2023 ж.


от учреждения образования

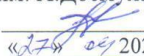
Учитель математики  
Булатова Г.З.

Методист Данеева А.И.

**АКТ испытания (акт апробации)**

Настоящий акт составлен по итогам научно-исследовательской работы, выполненной на кафедре «Математики» Высшей школы «Естественных наук и педагогики» в 2023 году докторантом 3- курса Попова Ю.И. под руководством доктора PhD., доцента М.А. Абдуалиевой. В период 2020-2023 гг. результаты научных исследований Ю.И. Поповой были использованы для развития математической интуиции и логики у учащихся в школе на основе программы для ЭВМ, разработанной под названием "Творческие учебные задания по развитию математической интуиции и логики у учащихся" (для учеников 7-8 класса) и реализованной через обучение на практике в средней школе №4 им. Х.Досмухамедова г. Шымкент. В процессе работы в этой программе ученики продемонстрировали более высокий уровень развития математической интуиции и логики и улучшенное понимание материала. Программа "Творческие учебные задания по развитию математической интуиции и логики у учащихся» была внедрена в учебный процесс в качестве вспомогательного материала для обучения математике и была успешно протестирована на практике в 7-8 классах и проверена на высокую эффективность.

Выполнила:  
  
Попова Ю.И.

Учитель математики средней школы №4  
им. Х.Досмухамедова г.Шымкент.  
  
Булатова Г.З.  
«27» 08/2023 ж.

# ПРИЛОЖЕНИЕ Г

## Электронное учебное пособие

